MATEMÁTICAS

PENDIENTES

PRIMERO DE

BACHILLERATO CCSS

TEMA 1: NÚMEROS REALES

1) Indica cuáles de los siguientes números son naturales, enteros, racionales y reales:

$$\frac{23}{13} \qquad \frac{8}{4} \qquad -9 \qquad \sqrt{15} \qquad \sqrt[3]{5} \qquad 2{,}3 \qquad 2{,}\widehat{3} \qquad 2{,}121121112...$$

2) Calcula: a) $\sqrt[3]{\left(\frac{-1}{125}\right)\cdot(-8)\cdot 27} - 3\left[\frac{4}{3}-\left(\frac{1}{2}\right)^3+1\right]^{-1}$ b) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[4]{125}}}$ c) $\frac{\left(\sqrt{9}\right)^3\cdot 4^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(\sqrt{7}\right)^0}{(0{,}03)^2\cdot 3^3}$ d) $\frac{\left(\sqrt{25}\right)^{-1}\cdot 2^{-3}\cdot\left(\sqrt{5}\right)^0}{(1{,}2)^{-1}\cdot 2^3}$

3) Simplifica: a) $\sqrt[4]{\frac{49a^4b^4c^{16}}{81d^{12}c^{-20}}}$ b) $\frac{\left[\left(a^{-3}\right)^{-2}\right]^4\cdot\left(ab^{-1}\right)^3\cdot\left(b^3\right)^2}{\left(b^{-1}a^2\right)^{-1}a^{-2}\cdot(-a)^4\cdot b^{-1}}$

4) Efectúa: a) $2\sqrt{12}-\frac{4\sqrt{75}}{3}+\frac{5\sqrt{48}}{4}-\sqrt{243}+\frac{\sqrt{27}}{2}$ b) $\sqrt[10]{a^2b^3}\cdot\sqrt[12]{ab^7}\cdot\sqrt[15]{a^2b^8}$

c) $\left(\sqrt[3]{5x^2y}\cdot\sqrt{2xy^3}\right):\sqrt[9]{10x^5y^3}$ d) $\sqrt{\frac{5}{3}}-\sqrt[6]{\frac{27}{125}}-\sqrt{15}+\sqrt{\frac{1}{15}}$

e) $\sqrt{27a^4}-\sqrt[6]{27a^{12}}+\sqrt{3a^4-6a^2b+3b^2}$ f) $5\sqrt[6]{\frac{1}{8}}+2\cdot\left(\sqrt{18}+\sqrt[10]{32}\right)-3\cdot\sqrt[12]{64}+\sqrt{\frac{1}{8}}$

5) Racionaliza: a) $\frac{-10}{3\sqrt{5}}$ b) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$ c) $\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$ d) $\frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$

6) Expresa como una única potencia: a) $\frac{\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[3]{9}\cdot\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^5}{\sqrt{\sqrt[3]{81}}}$ b) $\left(\frac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{a^{10}}}:\sqrt{a\sqrt{a}}\right):\left(\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[8]{a^{\frac{1}{3}}}}:\sqrt[8]{a^{-3}}\right)$

7) Calcula y expresa el resultado en notación científica con tres cifras significativas y da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al dar dicha aproximación:

a) $\frac{3{,}7\cdot 10^{12}-4{,}2\cdot 10^{11}+28\cdot 10^{10}}{1{,}2\cdot 10^{-4}}$ b) $\frac{\left(2{,}83\cdot 10^4+3{,}45\cdot 10^6\right)^2\cdot 5\cdot 10^{-15}}{3{,}2\cdot 10^8}$

8) Expresa, mediante intervalos, los valores de x para los que se cumplen: a) $|x+1|\le 4$ b) $|x-1|<3$

9) Teniendo en cuenta la definición de logaritmo, calcula:

a) $\log_2\sqrt{8}-\log_2\frac{1}{32}$ b) $\log\frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ c) $\log\left(100k^3\right)$ d) $\log_2\frac{1}{8}+\log_3\sqrt{27}-\ln 1$

10) Halla el valor de x, utilizando la definición de logaritmo: a) $\log_x 16=4$ b) $\log_3 x=4$

11) Expresa como un solo logaritmo la expresión $\frac{3}{2}\log A-2\log B+\log C$

12) Calcula $\log_3 78$

13) Sabiendo que $\log_2 x=2{,}3$ y $\log_2 y=1{,}2$; calcula: $\log_2\frac{8\sqrt{x^5}}{y^3}$

14) La masa de un cometa es de 10^{16} gramos. Cuando el cometa se acerca al Sol, su masa se evapora con una rapidez de 10^7 gramos por segundo. Calcula la vida del cometa si aparece cada 50 años y permanece 10 días cerca del Sol cada vez que aparece.

TEMA 2: ARITMÉTICA MERCANTIL

1) En un pueblo que tenía 200 habitantes, ahora viven solamente 80 personas. ¿Qué porcentaje representa la disminución de la población?

2) Un artículo que costaba inicialmente 60 euros fue rebajado en diciembre un 12%. En el mes de enero tuvo una segunda rebaja de un 15%, y, en febrero, se rebajó otro 10%.
a) Calcula el precio final después de las tres rebajas. b) ¿Cuál es el porcentaje total de rebaja?

3) Ingresamos 4500 € en un plazo fijo que nos renta un 3,2 % anual. ¿Cuánto producirá al cabo del año? Si tuviéramos que retirarlo tres meses antes de concluir el año y nos entregan la parte proporcional de los intereses, ¿cuánto dinero recibiremos?

4) Calcula la cantidad total que tendremos si pagamos al final de cada año una anualidad de 1 500 euros durante 10 años, al 8% anual.

5) Calcula el valor de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 25 000 euros en 6 años al 10% de interés anual.

6) En una oposición, el 35% de los candidatos no pasa la primera fase. De los que sí la pasan, aprueban la oposición el 25%. En total aprueban 39 personas. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados? ¿Cuántas personas se han presentado a dicha prueba?

7) Un coche cuesta 12 000 euros. Nos conceden un préstamo para pagarlo en 48 mensualidades con un interés del 6% anual. ¿Cuál será la cuota mensual que tendremos que pagar?

8) Recibimos un préstamo de 21000 € al 8% anual que amortizamos pagando, cada trimestre, una cuota de 2866,71 €. ¿Cuánto tiempo tardaremos en saldar la deuda?

9) Hace seis años ingrese 24000 € en un plazo fijo que rentaba un 4 % anual, comprometiéndose el banco a pagar los intereses al final de cada año y a acumularlos al capital. ¿Cuánto dinero tengo hoy en mi cuenta ?

10) Tenemos que amortizar 30000 euros en 3 años, con un 8% de interés anual, de modo que cada año pagaremos la tercera parte del capital total más los intereses del capital pendiente. Calcula lo que hay que pagar cada año.

11) Ana firma un contrato de trabajo en el que se fija una subida del sueldo del 4% anual. Empieza ganando 1350 € al mes. ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir hasta que cobre 2000 €?

12) Un capital de 4000 euros colocado al 8% anual se ha convertido en 5441,96 euros. ¿Cuántos años han transcurrido? (Los periodos de capitalización son anuales).

13) Nos han concedido un préstamo hipotecario (para comprar un piso) por valor de 80 000 euros. Lo vamos a amortizar en 180 mensualidades con un interés del 5% anual. ¿Cuál es el valor de cada mensualidad que tendremos que pagar?

14) Nos han concedido un préstamo de 20000 € por el que hemos de pagar un 8% anual. Un año después devolvemos 10000 €. Al finalizar el segundo año deseamos saldar la deuda. ¿Cuánto habremos de pagar?

15) Un banco nos concede un préstamo de 10000 al 12% anual. Al formalizarlo nos cobran unos gastos de 500 €.
a) Si realizamos un solo pago al cabo de un año, ¿cuál es la T.A.E.?
b)¿Y si tuviéramos que devolver el préstamo íntegro al cabo de dos años?

16) Recibimos un préstamo de 120000 € al 7,5% anual. Hemos pagado 25000 € al final de cada uno de los cuatro primeros años. Si queremos saldar la deuda al final del 5.º año, ¿cuánto hay que pagar?

17) La mensualidad que tengo que pagar por la compra de una máquina para mi empresa es de 1521,22. Si la financiera me cobra el 12% anual durante tres años, ¿cuánto costaba la máquina?

18) Sabiendo que la subida del IPC en 2013 fue de un 0,3% y que durante 2014 el SMI permaneció congelado, calcula la variación del poder adquisitivo del mismo trabajador entre los años 2010 y 2014.

19) En el contrato de trabajo de un administrativo se fija una subida anual del 3%. Si empieza ganando 1000 € mensuales, ¿cuántos años han de pasar para que su sueldo sea de 1200 €?

TEMA 3: ÁLGEBRA

1) a) Opera y simplifica: a) $\left(\frac{2}{3}x+2\right)^2-\left(3x^2+2x-1\right)$

b) Calcula el cociente y el resto de la división: $\left(2x^3-3x^2+2\right):\left(x^2+1\right)$

2) Consideramos el polinomio $P(x)=3x^5+2x^3-2x^2-3x+4$.
Calcula el cociente y el resto de la división $P(x):(x+1)$. ¿Que valor tendrá $P(-1)$?

3) Si $P(x)=x^3+ax^2+bx-2$, calcula a y b sabiendo que $P(x)$ es divisible por $x-1$ y que tiene valor numérico -14 para $x=-1$.

4) Descompón en factores los siguientes polinomios: a) $x^4+3x^3-x^3-3x$ b) $x^5+5x^4+5x^3-5x^2-6x$

c) x^3-2x d) $\sqrt{2}x^2-2\sqrt{2}x$ e) $2x^2-49$ f) $a^2-4ab+4b^2$ g) x^4-16 h) $6x^2-x-1$

5) Opera y simplifica el resultado: a) $\frac{(x-1)^2}{2}\cdot\frac{1}{x^2-1}-\frac{3x}{(x+1)^2}$ b) $\left(\frac{x^2-6x+9}{x^2-x}:\frac{x^2-4x+3}{x^2-4x+4}\right):\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x+1}$

c) $\left(x^4+x^3\right)\left(\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}\right)$ d) $\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{x}-1\right)$ e) $\frac{x^2-x-2}{2x+8}\cdot\left(\frac{x+3}{x^2+3x+2}-\frac{1}{2x+2}\right)$

f) $\dfrac{\frac{1}{4}-\frac{1}{x^2}}{\frac{x}{2}-2+\frac{2}{x}}:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{x}\right)$ g) $\left(\frac{1-x}{x^2+x-2}-\frac{1-x}{2x+4}\right)\cdot\frac{2x+4}{x^2-3x}$ h) $\left(\frac{3x}{x-2}-\frac{5x}{x+2}-\frac{6x^2}{x^2-4}\right)\cdot\frac{x+2}{8}$

6) Resuelve: a) $\frac{4x^2-4x}{3}-x=x^2-\frac{3x+4}{3}$ b) $x^4-11x^2+28=0$ c) $\sqrt{x+5}-x=3$

d) $\frac{4x}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{14}{3}$ e) $x^3-4x^2-4x=0$ f) $\sqrt{x}+\sqrt{2x+1}=\sqrt{5x+5}$ g) $\dfrac{x}{1-\frac{1}{x}}-\dfrac{x}{1+\frac{1}{x}}=\dfrac{2}{1+\frac{2}{x}}$

h) $x^6+19x^3+216=0$ i) $6x^{12}+x^9-16x^6+11x^3-2=0$ j) $\sqrt{x+1}-\sqrt{x+8}+\frac{3}{\sqrt{x+1}}=0$

7) Cristina tiene 8 años más que Carlos, y hace 2 años tenía el doble de edad que él. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

8) Un comerciante compra melones a 40 céntimos/kilo y los vende a 60 céntimos/kilo. Halla cuantos kilogramos de melones compró si se le estropearon 10 kg y obtuvo 42 €.

9) Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a) $2^{x+2}=16$ b) $\left(2^{x+1}\right)^2=64$ c) $2^{x+1}+2^{x-1}=20$ d) $3^{2x+2}+3^{x+2}=4$ e) $3^{5(x^2-4x+4)}=1$

f) $27^{3x+1}=81^{2x+1}$ g) $3^{2(x+1)}-28\cdot3^x+3=0$ h) $9^x-2\cdot3^{x+2}+81=0$ i) $3^x+\frac{1}{3^{x-1}}=4$

j) $3^x+3^{1-x}=4$ k) $7^{2x+3}-8\cdot7^{x+1}+1=0$ l) $5^{2x}-6\cdot5^x+5=0$ m) $16^x+16^{1-x}-10=0$

n) $\log(7x-9)^2+\log(3x-4)^2=2$ ñ) $\log\left(25-x^3\right)-3\log(4-x)=0$ o) $\log x^3=\log 6+2\log x$

p) $\log_{10}x+\log_{100}x=2$ q) $\log(5x+4)-\log 2=\frac{1}{2}\log(x+4)$ r) $\left(x^2+x-3\right)\log 4=3\log\left(\frac{1}{4}\right)$

s) $\log\sqrt{3x+4}+\frac{1}{2}\log(5x+1)=1+\log 3$ t) $\log\left(2^{2-x}\right)^{2+x}+\log 1250=4$ u) $\frac{\log 2+\log\left(11-x^2\right)}{\log(5-x)}=2$

10) Resuelve los sistemas: a) $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y + x - 6 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y} = \dfrac{2}{5} \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$ c) $\left.\begin{matrix} x^2 - 2xy - y^2 = 41 \\ x^2 + 3xy - y^2 = 13 \end{matrix}\right\}$

d) $\left.\begin{matrix} xy - x - y = 0 \\ 3xy - 2x - 2y = 4 \end{matrix}\right\}$ e) $\left.\begin{matrix} 2x^2 + (y+1)^2 = 11 \\ x^2 + y = 3 \end{matrix}\right\}$ f) $\left.\begin{matrix} x^2 + y^2 = 29 \\ x^2 - y^2 = 21 \end{matrix}\right\}$ g) $\left.\begin{matrix} x^2 + y^2 = 34 \\ xy = 15 \end{matrix}\right\}$

11) Resuelve por Gauss: a) $\begin{cases} x + 2y - 2z = 6 \\ x - 3y + z = -7 \\ 2x - y + z = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ x - y - z = -10 \\ 2x - y + z = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$

12) En una empresa obtienen 6 euros de beneficio por cada envío que hacen; pero si el envío es defectuoso, pierden por él 8 euros. En un día hicieron 2100 envíos, obteniendo 9 688 euros de beneficio. ¿Cuántos envíos válidos y cuántos defectuosos hicieron ese día?

13) En una bodega venden dos tipos de vinos: crianza y reserva. Averigua cual es su precio si sabemos que Juan compro 3 botellas de reserva y 12 de crianza y pago 69 €, mientras que Belén compro 6 botellas de crianza y 8 botellas de reserva y pago 80.

14) Dos vacas y tres terneros valen lo mismo que dieciséis ovejas. Una vaca y cuatro ovejas valen lo mismo que tres terneros. Tres terneros y ocho ovejas valen lo mismo que cuatro vacas. Halla el precio de cada animal.

15) Álvaro tiene el 30 % de lo que tienen Benito y César juntos, pero si Benito le diera 10 € a Álvaro y César 15 € a Benito, Álvaro y Benito tendrían la misma cantidad. ¿Cuánto tiene cada uno si, entre los 3, reúnen 65 €?

16) Tengo 35 monedas, entre monedas de 5 cts., 20 cts. y 1 €. En total, valen 8 €. ¿Cuántas son de cada clase, si el total de monedas de 1 € y 20 cts. es el 75 % del número de monedas de 5 cts.

17) La tarifa de telefonía de la empresa A es 20 Euros fijos mensuales más 7 céntimos de euro por minuto de conversación, la de la empresa B es 11 Euros fijos más 12 céntimos por minuto de conversación. ¿A partir de cuantos minutos empieza a ser más rentable la tarifa de la empresa A?

18) Queremos repartir 330 euros entre tres personas de forma que la primera reciba 20 euros más que la segunda y la tercera la mitad de lo que han recibido entre las otras dos. ¿Cómo lo hacemos?

19) Halla un nº de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 14, que la diferencia entre el nº dado y el que resulta de invertir el orden de sus cifras es 495 y que la cifra de las centenas es igual a la suma de las otras.

20) Un grifo tarda 5 horas más que otro en llenar un depósito. Juntos tardarían 6 horas. ¿Cuánto tardará cada grifo en llenarlo por separado?

21) Una compañía fabricó tres tipos de muebles: sillas, mecedoras y sofás. Para la fabricación de cada uno de estos tipos necesitó la utilización de ciertas unidades de madera, plástico y aluminio tal y como se indica en la tabla siguiente. La compañía tenía en existencia 400 unidades de madera, 600 unidades de plástico y 1 500 unidades de aluminio. Si la compañía utilizó todas sus existencias, ¿cuántas sillas, mecedoras y sofás fabricó?

22) Un grupo de estudiantes financia su viaje de fin de curso con la venta de participaciones de lotería, por importe de 1, 2 y 5 euros. Han recaudado, en total, 600 euros y han vendido el doble de participaciones de 1 euro que de 5 euros. Si han vendido un total de 260 participaciones, calcula el número de participaciones que han vendido de cada importe.

23) Julia, Clara y Miguel reparten hojas de propaganda. Clara reparte siempre el 20% del total, Miguel reparte 100 hojas más que Julia. Entre Clara y Julia reparten 850 hojas. Plantea un sistema de ecuaciones que permita saber cuántas hojas reparte cada uno. Sabiendo que la empresa paga 1 céntimo por cada hoja repartida, calcula el dinero que ha recibido cada uno de los tres.

24) Tres amigos acuerdan jugar tres partidas de dados de forma que cuando uno pierda entregará a cada uno de los otros dos una cantidad igual a lo que cada uno posea en ese momento. Cada uno perdió una partida, y al final cada uno tenía 24 €. ¿Cuánto tenía cada jugador al comenzar?

TEMAS 4 Y 5: FUNCIONES

1) Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\frac{3x^3+2x}{3x^4-x^3-12x^2+4x}$ b) $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x+2}}$ c) $f(x)=\sqrt{x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}}$

2) Las tarifas de una empresa de transportes son:

- Si la carga pesa menos de 10 toneladas, 40 euros por tonelada.
- Si la carga pesa entre 10 y 30 toneladas, 30 euros por tonelada (la carga máxima que admiten es de 30 toneladas).

Si consideramos la función que nos da el precio según la carga, ¿cuál será su dominio de definición?. Halla su expresión analítica.

3) Escribe la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

a) Pasa por los puntos P(3,-4) y Q(2,6) b) Pasa por $A\left(-2,\frac{1}{3}\right)$ y su pendiente es -1

c) Corta a los ejes en A(2, 0) y B(0, -3) d) Es paralela a $y=\frac{-3x+1}{2}$ y pasa por P(1,-1)

e) Es paralela a $2x+y=1$ y pasa por Q(0,0) f) Pasa por P(-2,3) y su ordenada en el origen es 1.

4) Si consumimos 60 m^3 de gas tendremos que pagar un recibo de 35,96 euros, y por un consumo de 80 m^3 tendríamos que pagar 43,56 euros. ¿Cuál sería el precio del recibo si consumiéramos 70 m^3 de gas? ¿Y si se consumen 100 m^3?

5) En una vivienda pagan 10 € de gasto fijo y 0,50 € por cada kw consumido. Obtén la expresión que relaciona el consumo y el precio, sabiendo que hay que aplicarle un aumento del 21 % de IVA.

6) El precio por establecimiento de llamada en cierta tarifa telefónica es de 0,12 euros. Si hablamos durante 5 minutos, la llamada nos cuesta 0,87 euros en total. Halla la función que nos da el precio total de la llamada según los minutos que estemos hablando.

6) Represента la siguientes funciones: a) $y=x^2-2x-8$ b) $y=-\frac{1}{2}x^2+3$

7) La rentabilidad R(x) (en euros) de un plan de inversión es función de la cantidad x que se invierte (en euros) según la expresión: $R(x)=-0{,}0001x^2+0{,}6x$. Averigua qué cantidad hay que invertir para obtener la rentabilidad máxima y cuál es su valor.

8) Representa la siguiente función: $y=\begin{cases}2x^2 & si \quad x<-1\\ 2x+4 & si \quad -1\le x\end{cases}$

9) Obtén la expresión analítica, en intervalos, de la función $y=|x-2|-|2-x|$

10) Ponemos al fuego un cazo con hielo cuya temperatura es de -20° C. En 10 minutos se descongela y se mantiene a 0° C otros 10 minutos más. Un cuarto de hora más tarde llega a alcanzar 100° C.

a) Representa la función que describe este fenómeno y halla su expresión analítica.
b) ¿Cuál es el dominio y el recorrido de la función?

11) Dada la función $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2+1}$, se pide:

a) Dominio de definición. b) Puntos de corte con los ejes. c) Simetría.

12) En un Instituto de Enseñanza Secundaria se organiza la visita a un museo. Cada alumno tiene que pagar 2 € por la entrada al museo más el viaje en autobús. El alquiler de un autobús de 50 plazas cuesta 200 € y se paga a partes iguales entre todos los alumnos. La excursión se suspende si se apuntan menos de 20 alumnos.

a) Si van 40 alumnos a la excursión, ¿cuánto le costará a cada uno?
b) Si x es el número de alumnos que va a la excursión, ¿cuál es la función, P(x), que da el precio que debe pagar cada alumno?
c) Calcula el dominio y el recorrido de P(x)

13) Representa gráficamente $y=\dfrac{3x+5}{x+1}$, indicando su dominio de definición y sus asíntotas.

14) Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos:

a) $f(x)=\begin{cases} x+4 & si\ -4 \le x < -2 \\ 2 & si\ -2 \le x \le 3 \\ 1-x & si\ 3 < x < 5 \end{cases}$ b) $g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & si\ x < -2 \\ 3, & si\ -2 \le x < 1 \\ \sqrt{x}, & si\ 1 \le x \end{cases}$

15) Dada la función: $f(x)=\begin{cases} -x-2 & si & x<-3 \\ \sqrt{x+4} & si & -3 < x \le 0 \\ x^2-2x+2 & si & 0 \le x < 2 \\ \dfrac{2}{x-1} & si & 2 < x \end{cases}$, calcula:

a) $D(f)$ b) $f(-3)$ y $f(2)$ c) Representa gráficamente $f(x)$ d) Recorrido.

16) En una facultad universitaria de nueva creación el número de alumnos matriculados evolucionó de la siguiente forma:

Años	1	2	3	4	5
Alumnos matriculados	425	640	941	2790	6123

a) Efectuar una representación gráfica tomando como abscisas los años y como ordenadas el nº de alumnos.
b) ¿Hubiese sido una "buena idea" obtener el número de alumnos matriculados en el tercer curso mediante la interpolación lineal?
c) ¿Cuál crees que sería la más conveniente?

17) El número en miles de habitantes, de una determinada ciudad ha evolucionado según la siguiente tabla:

Años	1997	1998	1999
Población	53	71	91

Sabiendo que dicha población se ajusta a una función cuadrática, calcular la población que tenía la ciudad en 1995 y que tendrá en el año 2000.

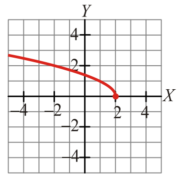
18) Dadas las funciones $f(x)=2x^2-1$ y $g(x)=\sqrt{x}$, calcula:

a) $(f\circ g)(x)$ b) $(g\circ f)(x)$ c) $(f+g)(1)$ d) $(f-g)(1)$ e) $(f\cdot g)(4)$ f) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(9)$

19) Dadas las funciones: $f(x)=\dfrac{x^2}{2}$ y $g(x)=\sqrt{x+1}$, explica como, a partir de ellas, se pueden obtener por composición estas otras: $p(x)=\dfrac{x+1}{2}$ y $q(x)=\sqrt{\dfrac{x^2}{2}+1}$

20) Dada $f(x)=\dfrac{2x+4}{x-2}$, determina la expresión de $f^{-1}(x)$ y comprueba que $(f\circ f^{-1})(x)=(f^{-1}\circ f)(x)=Id(x)$

21) Esta gráfica corresponde a la función $y=f(x)$, a partir de ella:



a) Calcula $f^{-1}(2)$ y $f^{-1}(0)$
b) Representa, en los mismos ejes, la función $y=f^{-1}(x)$

22) Representa y estudia el dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, monotonía, periodicidad, extremos relativos y asíntotas, de las funciones: a) $y=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x}{4}$ b) $y=1-\log_2 x$ c) $y=2-2^{-x}$ d) $y=|\cos x|-1$

23) Una población que tenía inicialmente 300 individuos va creciendo a un ritmo del 12% cada año.
a) ¿Cuántos individuos habrá dentro de un año? ¿Y dentro de 3 años?
b) Halla la función que nos da el número de individuos según los años transcurridos.

24) La función $f(t)=0{,}3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^t$, indica el nivel de alcohol en la sangre (en mg/ml) desde que alcanza su nivel máximo (t = 0). Calcula cuánto tiempo tendría que esperar una persona para poder conducir si el mínimo legal fuera 0,06 mg/ml de alcohol en sangre.

TEMA 6: LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD Y RAMAS INFINITAS

1) Calcula los siguientes límites de sucesiones:

a) $\lim_{n\to\infty}\left(-5n^2+8n-6\right)$ b) $\lim_{n\to\infty}\left(4-\frac{2}{n}+\frac{3}{n^2}\right)$ c) $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{3}n^2+\sqrt{2}n+n}{-\sqrt{2}n^2+5n+2}$ d) $\lim_{n\to\infty}\frac{1000n+7}{\frac{1}{10}n^2-5n+6}$

e) $\lim_{n\to\infty}\frac{-8n\sqrt{n}+2\sqrt{n}}{\sqrt{4n^3+n^2-2}}$ f) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+2}{n-1}-\frac{n^2+2n}{n+1}\right)$ g) $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3-3n^2+2}-\sqrt{n^3+1}}{\sqrt{n+2}}$

h) $\lim_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-3n+2}\right)$ i) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-5n+9}{n+10}\right)^{\frac{-n}{n+1}}$ j) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{n^2}\right)^{-n}$ k) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+9}{2n-7}\right)^{n}$

l) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{\sqrt{n}-3}\right)^{n+1}$ m) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n-5}}{\sqrt{n+1}}\right)^{\sqrt{n}}$ n) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n}{n^2+1}\right)^{2n+1}$ ñ) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n-1}{2n+3}\right)^{3n+1}$

2) Calcula los siguientes límites de funciones:

a) $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}$ b) $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-6x+9}{x^2}$ c) $\lim_{x\to a}\frac{x^2-(a+b)x+a\cdot b}{x^2-a^2}$ d) $\lim_{x\to -\infty}\frac{-3x^5+x^2}{2x^2-1}$

e) $\lim_{x\to 3^+}\left(\frac{x-1}{2x-4}\right)^{\frac{1}{x-3}}$ f) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2+2x-8}$ g) $\lim_{x\to 0}\frac{x-|x|}{2x}$ h) $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2+2x-8}$

i) $\lim_{x\to -4}\frac{3x^3+12x^2-x-4}{x^3+7x^2+14x+8}$ j) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{2x^2+1}-3}$ k) $\lim_{x\to +\infty}\left(1+\frac{x-3}{2x^2+1}\right)^{3x}$ m) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}$

3) La función $f(x)=\frac{x^3+x^2+x+a}{x-1}$ no está definida en $x=1$. Hallar el valor de a para que sea posible definir el valor de $f(1)$, resultando así una función continua.

4) Estudia la continuidad de: a) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4x+4}{x-2} & si \quad x<2\\ 3 & si \quad x=2\\ \frac{x^2-x-2}{3x-6} & si \quad 2<x\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}x\cdot|x| & si \quad x\le 1\\ x & si \quad 1<x\le 2\\ 4-x & si \quad 2<x\end{cases}$

5) Calcula el valor de los parámetros a y b para que continua la función: $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx-1 & si \quad x\le 1\\ 2bx-2 & si \quad 1<x\end{cases}$

6) Esboza la gráfica de una función $f(x)$ que verifique que: $D(f)=\mathbb{R}-\{-3,1\}$, $\lim_{x\to -\infty}f(x)=-2$ $\lim_{x\to -3}f(x)=5$, los límites laterales en $x=-1$ existan y sean distintos, $\lim_{x\to 1}f(x)=+\infty$ y que $\lim_{x\to +\infty}f(x)=3$.

7) Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas: $f(x)=\frac{2x+1}{x^2-1}$

8) Halla las ramas infinitas, cuando $x\to +\infty$ y cuando $x\to -\infty$, de las funciones:

a) $f(x)=\frac{-x^3+x}{2}$ b) $g(x)=\frac{x^4+2x}{x^2+1}$ c) $h(x)=\frac{2x^2+1}{x^2+1}$

9) Halla las asíntotas de la siguiente función y representa la posición de la curva respecto a ellas: $f(x)=\frac{2x^3}{x^2-1}$

10) Los gastos mensuales $f(x)=\begin{cases}0{,}5x+k & si \quad 0\le x\le 1200\\ \frac{1000x}{x+300} & si \quad 1200<x\end{cases}$ de una familia dependen de sus ingresos x, con x y $f(x)$ dados en euros.

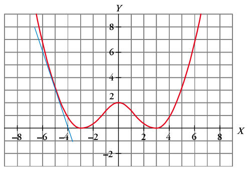
a) Calcula el valor de k para que los gastos sean continuos.

b) Calcula el límite de $f(x)$ cuando $x\to +\infty$ y explica su significado.

TEMA 7: DERIVADAS

1) Consideramos la función: $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2}$. Halla la tasa de variación media en el intervalo [2, 2+h].

2) Observa la gráfica de $y=f(x)$ y responde:
   a) ¿En qué puntos la derivada vale 0?
   b) ¿Cuánto vale $f'(-5)$?
   c) ¿Para qué valores de x es $f'(x)<0$?



3) Halla la derivada de la función $f(x)=(x-1)^2$ en $x=2$, aplicando la definición.

4) Calcula la función derivada de: a) $y=2x^3-x^2+1$ b) $y=x\cdot e^x$ c) $y=x\cdot\ln x$ d) $y=\dfrac{1-x^2}{x-3}$
   e) $y=(3x^2+x)^4$ f) $y=\ln^3 x$ g) $y=\ln^2(\ln x)$ h) $y=(\cos x)^{\sqrt{x}}$ i) $y=2^{4x^2-1}\cdot\ln(8x)$
   j) $y=\ln\left(\dfrac{2x-1}{3x+4}\right)$ k) $y=(3x^2-2x+5)^6$ l) $y=e^{2x^3-5x}$ m) $y=x^{(x^2)}$ n) $y=\ln(2x^4+3x^2)$
   ñ) $y=(x^2-1)e^x-\ln x$ o) $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ p) $y=\ln(2^x\cdot x^2)$ q) $y=\dfrac{3x}{(1+2x)^3}$ r) $y=\dfrac{3e^x}{2x+1}$

5) Halla la ecuación de las rectas tangente y normal a la curva $f(x)=x^2+2x-1$ en el punto de abscisa $x=1$.

6) Determina los puntos de tangente horizontal de la función: $f(x)=\dfrac{x^3}{x+2}$

7) Halla los puntos de corte con el eje de abscisas de la función $y=x^3-4x$ y escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a dicha función en los puntos obtenidos.

8) Representa una función polinómica $f(x)$, de la que sabemos que:
   - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$
   - Su derivada es 0 en los puntos $P(-2,-2)$ y $Q(0,2)$.
   - Corta a los ejes coordenados en los puntos $A(-3,0)$, $B(-1,0)$, $C(1,0)$ y $Q(0,2)$.

9) Calcula a, b y c para que la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ pase por el origen de coordenadas, su recta tangente en $x=1$ tenga pendiente 3 y la segunda derivada en $x=-1$ sea nula.

10) Halla el valor de k en la función $f(x)=\dfrac{3x+k}{kx^2}$ sabiendo que $f'(-1)=5$.

11) Calcula las derivadas segunda y tercera de la función $f(x)=e^{2x}+sen(3x)$

12) Calcula el punto de corte de las tangentes a las curvas $f(x)=\dfrac{1}{x}$ y $g(x)=x^3-3x+1$ en $x=-1$

13) Halla el valor de k en la función $f(x)=(k-1)x^3+x^2-kx-4$ sabiendo que las rectas tangentes en $x=\dfrac{1}{3}$ y $x=-1$ son paralelas?

14) Calcula la derivada n-ésima de las funciones: a) $f(x)=e^{ax}$ b) $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$

15) Estudia el crecimiento, la curvatura, halla los máximos, mínimos y puntos de inflexión de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x^3+9x^2+12x+1$ b) $f(x)=(x-2)^2\cdot(x+1)$ c) $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$

d) $f(x)=\frac{x^4}{12}-\frac{x^3}{9}-x^2+1$ e) $f(x)=\frac{4x-12}{(x-2)^2}$ f) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & si \quad x<-2 \\ 1+\frac{1}{x^2} & si \quad -2\le x \end{cases}$

16) La producción de cierta hortaliza en un invernadero ($Q(x)$ en kg) depende de la temperatura (x en ºC) según la expresión: $Q(x)=(x+1)^2\cdot(32-x)$.

a) Calcula razonadamente cuál es la temperatura óptima a mantener en el invernadero.
b) ¿Qué producción de hortaliza se obtendría?

17) La función $g(x)=100+5x+x^2$ proporciona el gasto en euros de una empresa para fabricar x unidades. Si cada unidad tiene un precio de venta de 30 €, calcula la función beneficio y cuántas unidades hay que producir para que sea máximo.

18) Halla los valores a, b, c y d en la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ sabiendo que:

- $f(x)$ tiene un máximo en el vértice de la parábola $g(x)=x^2+12x+202$
- $f(x)$ tiene un mínimo en el vértice de la parábola $h(x)=-2x^2+8x-98$

19) Halla las dimensiones de un campo rectangular de 3600 m^2 de área para cercarlo con una valla de longitud mínima.

20) Hallar dos números cuya suma sea 20 y su producto sea máximo.

21) Un depósito abierto de latón con base cuadrada y capacidad para 4 000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su fabricación sea lo más económica posible?

22) Hallar dos números cuya suma es 18, sabiendo que el producto del uno por el cuadrado del otro ha de ser máximo.

23) De todos los triángulos isósceles de 12 m de perímetro, hallar los lados del que tenga área máxima.

24) Se quiere vallar un campo rectangular que esté junto a un camino. Si la valla del lado del camino cuesta a 80 €/m, y la del resto a 10 €/m, hallar el área del mayor campo que puede cercarse con 28000 €.

25) La suma de todas las aristas de un prisma recto de base cuadrada es 48 cm. Calcular las dimensiones de ese prisma para que su volumen sea máximo.

26) Hallar los puntos de la curva $y^2=6x$ cuya distancia al punto $P(4,0)$ sea mínima.

27) Un pastor dispone de 1000 m de tela metálica para construir una cerca rectangular aprovechando una pared ya existente. Hallar las dimensiones más convenientes para que el área encerrada sea máxima.

28) Los beneficios de dos empresas, A y B, vienen determinados por las funciones $f_A(x)=\frac{75x}{x^2+100}$ y $f_B(x)=\frac{100x+4}{x^2+150}$. Realiza el estudio de las siguientes cuestiones:

a) ¿Durante cuánto tiempo tienen ganancias?
b) ¿Cuáles son sus máximos beneficios y cuando se producen?
c) ¿Cuál de las dos empieza antes a notar un descenso en los beneficios?
d) ¿En algún momento tienen pérdidas?

29) Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^4+2x^2+1$ b) $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$ c) $f(x)=\frac{x^3}{x-2}$ d) $f(x)=\frac{x^3+4}{x^2}$

TEMA 8: DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES

1) En una clase de 1º Bachillerato se ha realizado un examen final de tipo test que constaba de 30 preguntas. El número de respuestas correctas conseguidas por cada uno de los alumnos de esa clase han sido:

15	10	30	5	25	30	25	10	15	20
20	25	5	25	30	20	10	5	15	30

a) Resume estos datos mediante una tabla de frecuencias.
b) Representa gráficamente esta distribución.
c) Calcula la media y la desviación típica.
d) ¿Qué porcentaje de alumnado hay en el intervalo $(\bar{x}-\sigma, \bar{x}+\sigma)$?
e) Calcula Me, Q_1, Q_3 y P_{60}. f) Calcula el coeficiente de variación.

2) En una clase de 1º Bachillerato hemos preguntado a las alumnas y a los alumnos por las horas de estudio que dedican a la semana. Estas han sido las respuestas:

16	11	17	12	10	5	1	8	10	14
15	20	3	2	5	12	7	6	3	9
10	8	10	6	16	16	10	3	4	12

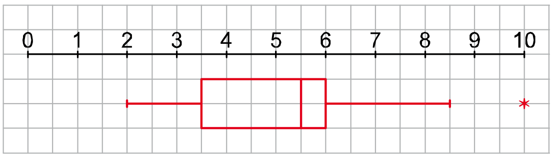
a) Ordena los datos en una tabla de frecuencias, agrupándolos en 5 intervalos.
b) Representa gráficamente la distribución.
c) Calcula la media y la desviación típica.
d) ¿Qué porcentaje de alumnado hay en el intervalo $(\bar{x}-\sigma, \bar{x}+\sigma)$?
e) Calcula Me, Q_1, Q_3 y P_{30}. f) Calcula el coeficiente de variación.

3) En un examen de matemáticas realizado en 1º Bachillerato C, la nota media ha sido 5,2, con una desviación típica de 2,3. En la clase de 4º B, con el mismo examen, se ha obtenido una nota media de 7,4 y una desviación típica de 3. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

4) Los tiempos que un grupo de personas han empleado en hacer un test se distribuyen entre 0 y 50 minutos. Construye el diagrama de caja sabiendo que $Q_1 = 23$, $Me = 34$ y $Q_3 = 39$.

5) El número de libros que un grupo de 100 personas lee anualmente está comprendido entre 1 y 8. Hay una persona que lee 9 libros al año. Conocemos los siguientes parámetros: $Q_1 = 2$, $Me = 3$ y $Q_3 = 4{,}5$. Haz un diagrama de caja para esta distribución.

6) Interpreta el siguiente diagrama de caja relativo a las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes:



7) Dos distribuciones estadísticas, A y B, tienen la misma desviación típica.
a) Si la media de A es menor que la de B, ¿cuál tiene mayor coeficiente de variación?
b) Si la media de A es el triple que la de B, ¿qué relación habría entre sus coeficientes de variación?

8) En una distribución de notas de un examen, el primer cuartil fue 3,5. Explica su significado. ¿Y si $Q_3 = 8$?

9) Las calificaciones en matemáticas de 25 alumnos del grupo A son:

6, 6, 7, 6, 7, 5, 5, 6, 7, 5, 4, 5, 4, 9, 3, 3, 5, 5, 5, 9, 5, 4, 5, 4, 8

mientras que los 20 alumnos del grupo B fueron:

6, 6, 7, 3, 10, 3, 5, 5, 2, 5, 4, 3, 9, 4, 9, 5, 6, 6, 6, 7

a) ¿En qué grupo los alumnos obtuvieron mejor nota media?
b) ¿En qué grupo las notas están más dispersas?

10) Las puntuaciones obtenidas, en palabras por minuto en una prueba de velocidad lectora aplicada a 42 estudiantes fueron:

110	53	98	112	71	96	80	70	87	48	74	81	87	79
90	105	106	100	75	72	52	57	73	99	58	57	69	90
80	43	47	109	90	79	66	67	104	75	81	56	91	81

Determina los intervalos de clase, halla las marcas de clase. Agrupa los datos por intervalos. Presenta estos datos en una tabla de frecuencias absolutas, relativas y de porcentajes. Representa los datos mediante un histograma. Construye el polígono de frecuencias. Calcula la media y la desviación típica.

11) Las notas de 10 alumnos y alumnas de una clase en Matemáticas y en Física han sido las siguientes:

Matemáticas	7	6	4	5	9	3	1	10	6
Física	8	6	3	6	10	1	2	10	5

Representa los datos mediante una nube de puntos y di cuál de estos valores te parece más apropiado para el coeficiente de correlación: 0,23; 0,94; -0,37; -0,94.

12) Se ha realizado una encuesta preguntando por el número de personas que habitan el hogar familiar y el número de habitaciones que tiene la casa.
La tabla siguiente recoge la información obtenida:

Nº de personas	3	5	4	6	5	4
Nº de habitaciones	2	3	4	4	3	3

Halla la covarianza y el coeficiente de correlación. ¿Cómo es la relación entre las dos variables?

13) Se ha medido el peso, en kilogramos, y el volumen, en litros, de distintos tipos de maletas, obteniendo los resultados que se recogen en esta tabla:

X : Volumen	97	102	94	107	92	98
Y : Peso	6,9	7,1	6,7	7,4	5,8	6,1

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X.
b) Calcula $\hat{y}(120)$. ¿Es fiable la estimación?

14) Un grupo de seis atletas ha realizado pruebas de salto de longitud y de altura. Las dos se han puntuado en una escala de 0 a 5. Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

X : Longitud	5	4	5	4	4	3
Y : Altura	4	4	5	3	4	3

a) Halla las dos rectas de regresión y represéntalas.
b) Observando el grado de proximidad entre las dos rectas, ¿cómo crees que será la correlación entre las dos variables?

15) De una distribución bidimensional (x, y) conocemos:
La recta de regresión de Y sobre X: $y = 11{,}98 - 1{,}99x$
La recta de regresión de X sobre Y: $y = 12 - 2x$
Calcula el centro de gravedad de la distribución y el coeficiente de correlación.

16) En una distribución bidimensional se han obtenido 15 medidas de las variables X e Y. A partir de estos datos conocemos: $\sum x_i = 36$, $\sum y_i = 33$, $r = 0{,}90$

I. ¿Cuál de las siguientes rectas es la recta de regresión de Y sobre X?
a) $y = 1{,}35x + 1{,}04$ b) $y = -0{,}8x + 4{,}12$ c) $y = 0{,}70x + 0{,}52$ d) $y = 3{,}7 - 1{,}2x$

II. Halla la recta de regresión de X sobre Y.

17) Una compañía de seguros considera que el número de vehículos (Y) que circulan por una determinada autopista a más de 120 km/h, puede ponerse en función del número de accidentes (X) que ocurren en ella. Durante 5 días obtuvo los siguientes resultados:

X	5	7	2	1	9
Y	15	18	10	8	20

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal.
b) Si ayer se produjeron 6 accidentes, ¿cuántos vehículos podemos suponer que circulaban por la autopista a más de 120 kms/h?
c) ¿Es buena la predicción?

18) La tabla adjunta da el índice de mortalidad de una muestra de población en función del consumo diario de cigarrillos:

X =Número de cigarrillos	3	5	6	15	20
Y =Índice de mortalidad	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7

a) Determina el coeficiente de correlación e interpreta el resultado.
b) Halla la recta de regresión de y sobre x
c) ¿Cuál será el índice de mortalidad para un consumidor de 40 cigarrillos diarios?

TEMA 9: DITRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLE DISCRETA

1) Lanzamos dos dados y anotamos la suma de puntos obtenidos. Se pide:
a) La probabilidad de que la suma sea cuadrado perfecto. b) La probabilidad de que sea número primo.

2) Lanzamos dos dados y dividimos la mayor puntuación obtenida entre la menor. Entonces anotamos el cociente y el resto de esa división. Se pide:
a) La probabilidad de que el cociente sea mayor que 3. b) La probabilidad de que el resto sea 2.

3) La probabilidad de que un alumno apruebe matemáticas es de 0,45; la de que apruebe Lengua es de 0,40 y la de que apruebe alguna de las dos materias es de 0,7. Calcula la probabilidad de que apruebe ambas materias.

4) La probabilidad de que España sea eliminada antes de semifinales en el mundial de futbol de Sudáfrica es de 0,60. La probabilidad de que sean eliminadas las selecciones de España y Holanda (que eliminen a ambas) antes de semifinales es de 0,40. Calcula la probabilidad de que España llegue a semifinales, pero Holanda no.

5) Lanzamos una moneda sucesivas veces hasta que salga una cara. Calcula la probabilidad de que necesitemos:
a) Lanzar la moneda 3 veces. b) Lanzar la moneda 5 veces.

6) Un futbolista falla un penalti de cada 10 que tira. Si este mes ha lanzado 3, calcula la probabilidad de que:
a) Haya fallado como máximo uno. b) Haya marcado al menos dos.

7) El 60% de los alumnos de bachillerato de un instituto practica algún deporte, el 25% trabajan los fines de semana y el 10% hacen ambas cosas. Si elegimos un alumno al azar, calcula la probabilidad de que:
a) Haga deporte pero no trabaje. b) Haga deporte o trabaje.
c) No haga deporte ni tampoco trabaje. d) Trabaje pero no haga deporte.

8) Sean los sucesos A y B tales que: $P[A]=\frac{2}{3}$, $P[\overline{B}]=\frac{3}{4}$ y $P[\overline{A}\cap\overline{B}]=\frac{1}{5}$, calcula:
a) $P[A\cup B]$ b) $P[A\cap B]$ c) $P[\overline{A}\cap B]$ d) $P[A\cap\overline{B}]$

9) Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar la probabilidad de obtener un número impar en un lanzamiento.

10) En una bolsa tenemos 5 bolas negras y 9 blancas. Extraemos una bola al azar, miramos su color, la devolvemos a la bolsa y volvemos a sacar otra bola. Halla la probabilidad de que:
a) Las dos bolas sean negras. b) La primera bola sea blanca y la segunda negra.

11) De una baraja española, de 40 cartas, extraemos tres cartas sin reemplazamiento, es decir, sin devolverlas al mazo en cada caso. Calcula la probabilidad de que:
a) Las tres cartas sean de oros. b) Ninguna sea de oros. c) Haya exactamente 2 de oros.

12) En una aerolínea hay 300 empleados: 25 pilotos, 80 ayudantes de piloto, y el resto azafatas. De todos ellos, solo a 15 pilotos, a 50 ayudantes de piloto y a 75 azafatas les gusta viajar. Construye con los datos una tabla de contingencia. Si elegimos un empleado al azar calcula las siguientes probabilidades:
P [piloto], P [piloto y no le gusta viajar], P [azafata/no le gusta viajar], P [le gusta viajar/ayudante de piloto]

13) En una urna hay 50 bolas, aparentemente iguales, numeradas del 1 al 50. ¿Cuál es la probabilidad de sacar, una a una, las 50 en el orden natural?

14) ¿Cuál es la probabilidad de torpedear un barco, si sólo se pueden lanzar tres torpedos, y la probabilidad de acertar con cada uno es de 0,4?

15) Si de 800 piezas fabricadas por una máquina salen 25 defectuosas, ¿cuál es la probabilidad de que al elegir cinco piezas haya alguna defectuosa?

16) En un examen hay que contestar a 2 temas elegidos al azar entre 30. Un alumno ha estudiado sólo 12 de los 30 temas. Halla la probabilidad de que:
a) El alumno haya estudiado los dos temas elegidos.
b) El alumno sólo haya estudiado uno de los temas elegidos.
c) Ninguno de los temas elegidos haya sido estudiado por el alumno.

17) Tenemos dos urnas A y B. La urna A contiene 2 bolas negras, 3 bolas rojas y 1 bola verde. La urna B contiene 3 bolas negras, 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. Lanzamos un dado al aire y si sale un número menor que 3 sacamos una bola de la urna A y si sale 3, 4, 5 ó 6 sacamos una bola de la urna B.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea verde?
b) Sabiendo que ha salido la urna A ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea verde?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que salga la urna A y la bola sea verde?
d) Sabiendo que la bola obtenida es verde ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

18) Lanzamos un dado siete veces y vamos anotando los resultados. Calcula la probabilidad de obtener:
a) Algún tres. b) Más de cinco treses.
c) Halla el número medio de treses obtenidos y la desviación típica.

19) La probabilidad de que un jugador de baloncesto enceste una canasta de tres puntos es de 0,3. Calcula cuántos lanzamientos ha de hacer como mínimo para que la probabilidad de encestar al menos una vez sea 0,92.

20) Una urna contiene 5 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos la experiencia 5 veces, calcula la probabilidad de sacar:
a) Alguna bola verde. b) Menos de dos bolas verdes.
c) Halla el número medio de bolas verdes extraídas. Calcula también la desviación típica.
d) Calcula la esperanza matemática

21) Una determinada raza de perros tiene 4 cachorros en cada camada. Si la probabilidad de que un cachorro sea macho es de 0,55, se pide:
a) Calcular la probabilidad de que en una camada dos exactamente sean hembras.
b) Calcular la probabilidad de que en una camada al menos dos sean hembras.

22) Si el 20% de los cerrojos producidos por una maquina son defectuosos determinar la probabilidad de que 4 cerrojos elegidos al azar.
a) 1 sea defectuoso b) a lo mas 2 sean defectuosos.

23) Un laboratorio afirma que una droga causa efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que aplica la droga. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?
a) Ningún paciente tenga efectos secundarios b) Al menos tengan efectos secundarios.
c) ¿Cuál es el numero medio de pacientes que espera el laboratorio que sufran efectos secundarios si eligen 100 pacientes al azar?

24) En unas oposiciones, el temario consta de 100 temas. Se sortean 6, de los cuales el opositor debe contestar 1. Si el opositor prepara 30 temas, ¿cuál es la probabilidad de que haya al menos un tema de los 6 que salen en el sorteo que el opositar haya estudiado? ¿Cuál es el numero mínimo de temas que debe preparar para tener mas de un 0,75 de probabilidad de conocer alguno de los temas?.

TEMA 10: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLE CONTINUA

1) La vida activa (en meses) de un cierto fármaco sigue una distribución N(40; 1,5). Calcula, sin utilizar la tabla de la N(0, 1), la probabilidad de que la vida activa del fármaco:
a) Sea menor de 40 meses. b) Esté entre 38,5 y 41,5 meses. c) Esté entre 37 y 43 meses.

2) El tiempo empleado, en horas, en hacer un determinado producto sigue una distribución N(10, 2). Calcula la probabilidad de que ese producto se tarde en hacer:
a) Menos de 7 horas. b) Entre 8 y 13 horas.

3) El peso de las truchas de una piscifactoría sigue una ley N (200, 50). Se extrae una al azar.
a) ¿ Cual es la probabilidad de que su peso no exceda los 175 gr.?
b) ¿ Cual es la probabilidad de que su peso exceda los 230 gr.?
c) ¿ Cual es la probabilidad de que su peso este comprendido entre 225 y 275 gramos?

4) El 7% de los pantalones de una determinada marca salen con algún defecto. Se empaquetan en caja de 80 para distribuirlos por diferentes tiendas. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya más de 10 pantalones defectuosos?

5) El 15% de los estudiantes de un instituto con mejor nota en ingles pueden realizar un intercambio a un país de habla inglesa. Las notas medias finales en ingles se distribuyen normalmente con media 6,5 y desviación típica 0,75. Calcula la nota media mínima que debe obtener un alumno que quiera irse de intercambio.

6) El 60% de una población de 20 000 habitantes tiene los ojos oscuros. Si elegimos al azar 50 personas de esa población, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 30 personas con los ojos oscuros?

7) El diámetro medio de las piezas producidas en una fábrica es de 45 mm.
a) Halla su desviación típica sabiendo que la probabilidad de que una pieza tenga su diámetro mayor de 50 mm es igual a 0,0062.
b) Si se analizaran 850 piezas, ¿Cuántas tendrán el diámetro comprendido entre 39,7 mm y 43,5 mm?

8) Tras un test de cultura general se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución una distribución N(65, 18). Se desea clasificar a los examinados en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable, de excelente cultura general) de modo que hay en el primero un 20% la población, un 65% el segundo y un 15% en el tercero. ¿Cuáles han de ser las puntuaciones que marcan el paso de un grupo al otro?

9) Se supone que los resultados de un examen siguen una distribución normal con media 78 y desviación típica 36. Se pide:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se presenta el examen obtenga una calificación superior a 72?
b) Calcula la proporción de estudiantes que tienen puntuaciones que exceden por lo menos en cinco puntos de la puntuación que marca la frontera entre el Apto y el No-Apto (son declarados No-Aptos el 25% de los estudiantes que obtuvieron las puntuaciones más bajas)
c) Si se sabe que la calificación de un estudiante es mayor que 72 ¿cuál es la probabilidad de que su calificación sea, de hecho, superior a 84?

10) En una ciudad una de cada tres familias posee teléfono. Si se eligen al azar 90 familias, calcula la probabilidad de que entre ellas haya por lo menos 30 tengan teléfono

11) En un examen tipo test de 200 preguntas de elección múltiple, cada pregunta tiene una respuesta correcta y una incorrecta. Se aprueba si se contesta a más de 110 respuestas correctas. Suponiendo que se contesta al azar, calcula la probabilidad de aprobar el examen

12) El peso de los recién nacidos se distribuye según una distribución normal de media μ y desviación típica σ. Si los últimos datos publicados aseguran que los percentiles 75 y 90 de esta distribución son 3,2 y 3,5 kg, respectivamente:
a) Calcula la probabilidad de que un recién nacido pese menos de 2,5 kg.
b) Halla la probabilidad de que un recién nacido pese más de 4 kg.
c) ¿Cuál es el percentil 10? d) Determina la mediana de la distribución.

13) Se está experimentando una nueva vacuna para el Covid-19 que resulta efectiva en el 60 % de los casos. Si se eligen al azar 45 personas, halla las siguientes probabilidades.
a) La probabilidad de que en ese grupo la vacuna sea efectiva en 27 personas.
b) La probabilidad de que sea efectiva en un número de personas comprendido entre 25 y 27, ambos inclusive. c) La probabilidad de que resulte efectiva en menos de 20 personas.

14) Un almacén de camisas ha determinado que el cuello de los varones adultos se distribuye normalmente con media 38 cm y desviación típica 1,5 cm. Con el fin de poder preparar la próxima temporada, y teniendo en cuenta que su producción está en 10 000 camisas, ¿cuántas camisas de los números 35, 36, 37, 38 y 39 tendrá que fabricar?

15) Continuando con el problema anterior, ¿cuántas camisas habrá que fabricar del 43? ¿Y del 33?

16) Halla la función de densidad que corresponde a esta función de distribución: $F(x)=\begin{cases} 0 & si \quad x<0 \\ x^2 & si \quad 0\le x\le 1 \\ 1 & si \quad 1<x \end{cases}$

17) Calcula la función de distribución de una variable aleatoria continua con esta función de densidad: $f(x)=\begin{cases} kx+1 & si \quad 0\le x\le 3 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$