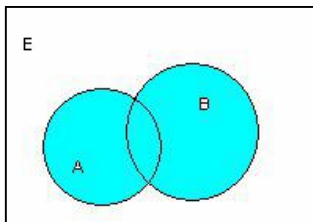


## RESUMEN TEÓRICO SOBRE PROBABILIDAD

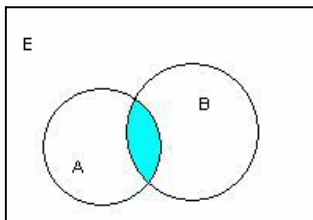
### ÁLGEBRA DE SUCESOS

- **Suceso:** posible resultado de un experimento aleatorio.
- **Sucesos elementales:** cada uno de los resultados posibles que no se pueden dividir en sucesos más pequeños.
- **Espacio muestral ( $E$ ):** conjunto formado por todos los sucesos elementales.
- **Suceso seguro:** aquél que ocurre siempre. Contiene a todos los sucesos elementales.
- **Suceso imposible ( $\emptyset$ ):** aquél que no puede ocurrir. No contiene a ningún suceso elemental.
- **Sucesos incompatibles:** son aquéllos que no pueden suceder simultáneamente.



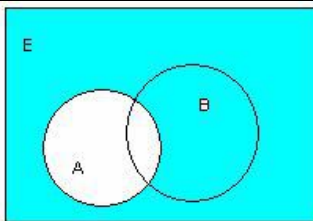
$$A \cup B$$

La unión de dos sucesos A y B es otro suceso que ocurre cuando ocurre A o cuando ocurre B o bien cuando ocurren ambos simultáneamente. Contiene todos los sucesos elementales de A y todos los de B.



$$A \cap B$$

La intersección de dos sucesos A y B es otro suceso que ocurre cuando ocurren A y B simultáneamente. Contiene todos los sucesos elementales que pertenecen a A y a B. (Si los sucesos son incompatibles, la intersección es  $\emptyset$ )



$$\bar{A} \text{ o bien } A^c$$

El suceso complementario de A es aquel que ocurre cuando no ocurre el suceso A. Contiene todos los sucesos elementales que no contiene A.

### PROPIEDADES:

- $A \cup A = A$
- $A \cup B = B \cup A$
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- $\bar{\phi} = E$
- $A \cup \bar{A} = E$
- $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$
- $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
- $A \cap A = A$
- $A \cap B = B \cap A$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- $\bar{E} = \phi$
- $A \cap \bar{A} = \phi$
- $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$

### PROBABILIDAD

**Definición clásica:** Dado un suceso A, la probabilidad de que ocurra este suceso se obtiene dividiendo el número de casos en que ocurre el suceso A entre el número de casos posibles. (Sirve sólo para experimentos cuyos sucesos son equiprobables)  
(Regla de Laplace)

$$P(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ casos posibles}}$$

**Definición frecuentista:** La probabilidad de ocurrencia de un suceso es el límite, cuando el número de veces que se realiza el experimento es suficientemente grande, del número de veces que ocurre el suceso entre el número total de realizaciones del experimento.

**Definición axiomática:** Dado un experimento aleatorio y su espacio muestral E, una aplicación que asocia a cada suceso un número real es una probabilidad si verifica los siguientes axiomas:

1. Para cualquier suceso A se verifica que su probabilidad es un número real no negativo
2. La probabilidad del suceso seguro vale 1
3. Dados  $A_1, A_2, A_3, \dots$  sucesos incompatibles, se verifica que la probabilidad de la unión es igual a la suma de las probabilidades de los sucesos

Propiedades:

- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- $P(\phi) = 0$  y  $P(E) = 1$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

### PROBABILIDAD CONDICIONADA

Dado un suceso B con probabilidad no nula, a la probabilidad de que ocurra un suceso A, una vez que el suceso B haya ocurrido, se le llama probabilidad de A condicionada a B, se denota como  $P(A | B)$  y se calcula

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Se cumplen los axiomas de la definición de probabilidad así como las propiedades).

### INDEPENDENCIA

Dos sucesos A y B se dice que son independientes si la realización de uno de ellos no influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.

$$P(A | B) = P(A) \text{ o bien } P(B | A) = P(B) \qquad P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

### TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

Sea B un suceso cualquiera con probabilidad no nula y  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  una partición del espacio muestral (esto es, un conjunto de sucesos incompatibles dos a dos y cuya unión es el espacio muestral). Entonces se tiene que

$$P(B) = P(B | A_1)P(A_1) + P(B | A_2)P(A_2) + P(B | A_3)P(A_3) + \dots + P(B | A_n)P(A_n)$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B | A_i)P(A_i)$$

### TEOREMA DE BAYES

Sea B un suceso cualquiera con probabilidad no nula y sea  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  una partición del espacio muestral (un conjunto de sucesos incompatibles dos a dos y cuya unión es el espacio muestral). Entonces se tiene que

$$P(A_k | B) = \frac{P(B | A_k)P(A_k)}{\sum_{i=1}^n P(B | A_i)P(A_i)}$$