MATEMÁTICAS PENDIENTES PRIMERO DE BACHILLERATO C.T.

TEMA I: NÚMEROS REALES

1) Completa la siguiente tabla con $\in$ o $\notin$, según corresponda:

	$-\sqrt{49}$	$-\sqrt{17}$	$2{,}010101...$	$\sqrt[3]{-27}$	$4{,}0\widehat{8}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\left(2-\sqrt{5}\right)^0$	$\frac{1}{3-\sqrt{9}}$	$\frac{10-\sqrt{36}}{\sqrt{16}}$
N									
Z									
Q									
I									
R									

2) Opera y simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{a^{\frac{5}{7}}}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^{\frac{2}{3}}}\cdot\sqrt[4]{a^{\frac{2}{5}}}}$ b) $\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}-\sqrt{10}+\dfrac{2}{\sqrt{10}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ c) $\dfrac{\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[3]{9}\cdot\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^5}{\sqrt{\sqrt[3]{81}}}$ d) $\dfrac{\sqrt{a}}{2-\sqrt{a}}$

e) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ f) $\sqrt[3]{\dfrac{15\sqrt{8}+3\sqrt{128}}{\sqrt{32}-\sqrt{18}}}$ g) $\sqrt{2a+5-\sqrt{4a^2-8}}\cdot\sqrt{2a+5+2\sqrt{a^2-2}}$

h) $\dfrac{b}{0{,}3}\sqrt{\dfrac{0{,}18a}{b^2}}+\dfrac{a}{b}\sqrt{\dfrac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\dfrac{2a}{c^2}}-\dfrac{2}{ac^2}\sqrt{\dfrac{a^3c^4}{0{,}125}}$ i) $\dfrac{\sqrt{\dfrac{ab}{c}}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{a^2b}{c^2}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{a^3c}{b}}}{\sqrt[6]{\dfrac{ac^5}{b^4}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{bc}{a}}\cdot\sqrt{\dfrac{b}{c}}}:\sqrt[3]{\dfrac{a^2}{b}\cdot\dfrac{b^2}{c}}$

3) Efectúa y expresa el resultado en notación científica con tres cifras significativas. Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al dar dicha aproximación: $\dfrac{\left(2{,}4\cdot10^{-5}\right)^2+3{,}1\cdot10^{-8}}{2\cdot10^{-12}}$

4) a) Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4500000 por mm^3 y que su cantidad de sangre es de 5 litros. Aproxima el resultado tomando dos cifras significativas y da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo que se comete al aproximar.
b) ¿Qué longitud ocuparían esos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 mm por término medio? Exprésalo en km.

5) El Ayuntamiento de Casares, cuyo municipio cuenta con 600 habitantes de edad comprendida entre dieciséis y veinte años, realiza una encuesta sobre las actividades deportivas que interesan a dicho segmento de población. Sabiendo que el 81,818181... % contestó que no le interesaba el ciclismo y que el 14,583333... % contestó que le interesaba la natación, averigua el número de jóvenes que respondieron a la encuesta.

6) a) ¿Qué se entiende por entorno de centro 3 y radio 2?
b) Describe como entorno el intervalo (–1, 4).

7) Escribe el número irracional $\sqrt{21+6\sqrt{12}}$ como un número del tipo $n+\sqrt{m}$, donde n y m son números enteros.

8) Demuestra que el número $\sqrt{20+2\sqrt{19}}-\sqrt{20-2\sqrt{19}}$ es entero.

9) Dados los intervalos $A=(-\infty,0]$, $B=(-2,7)$ y $C=[-1,7]$, calcula:

a) $A\cup B$ b) $A\cup C$ c) $B\cup C$ d) $A\cup B\cup C$ e) $A\cap B$ f) $A\cap C$ g) $B\cap C$ h) $A\cap B\cap C$

10) Calcula, utilizando la definición de logaritmo: $\log_2\dfrac{1}{8}+\log_3\sqrt{27}-\ln 1$

11) Teniendo en cuenta que $\log k=1{,}2$, calcula: a) $\log\dfrac{\sqrt[4]{k}}{1000}$ b) $\log\left(100k^3\right)$

12) Sabiendo que $k>0,\ k\neq1$, calcula el valor de $A=\dfrac{\log\dfrac{1}{k}+\log\sqrt{k}}{\log k^3}$.

13) Sabiendo que $\log a=-3$, calcula: $\sqrt[3]{\dfrac{a^4\cdot\sqrt[4]{a}}{\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{a}}}}$

TEMA II: ECUACIONES E INECUACIONES

1) Opera y simplifica: a) $\frac{(x-1)^2}{2}\cdot\frac{1}{x^2-1}-\frac{3x}{(x+1)^2}$ b) $\left(\frac{2x-1}{x+1}-\frac{3x}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^3-x}{-x^2-6x+1}\right)$ c) $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{2}{x-1}+\frac{1}{x^2-1}$

2) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x^2}{2}-4x=3+\frac{x^2-12}{4}$ b) $x^6-9x^3+8=0$ c) $\frac{4x}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{14}{3}$

d) $4x^4+4x^3-17x^2-9x+18=0$ e) $\sqrt{x+2}+\sqrt{4x+3}=\frac{7}{2}$ f) $\frac{x+\sqrt{x^2-4}}{x-\sqrt{x^2-4}}=\frac{x}{2}$

3) La base de un rectángulo es 3 veces su altura. Si ambas aumentan 1 m, la superficie aumentaría en 9 m^2. Calcula las dimensiones del rectángulo.

4) Averigua un número sabiendo que la suma del doble de su inverso más el triple de dicho número da como resultado 25/2.

5) Cristina tiene 8 años más que Carlos, y hace 2 años tenía el doble de edad que él. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

6) Un padre ha comprado un jersey para cada uno de sus cinco hijos, gastándose en total 108,75 €. Tres de los jerseys tenían un 15% de descuento, y otro de ellos tenía un 20% de descuento. Sabiendo que inicialmente costaban lo mismo, ¿cuánto ha tenido que pagar por cada jersey?

7) La suma de dos números es 12 y la de sus inversos es 3/8. ¿Cuáles son esos números?

8) Dos grifos juntos llenan una bañera en 12 minutos. Calcula el tiempo que tardaría en llenar la bañera cada uno de los grifos por separado si se sabe que uno de ellos emplearía 10 minutos menos que el otro.

9) Se mezcla cierta cantidad de café de 6 €/kg con otra cantidad de café de 4 €/kg, obteniendo 8 kg de mezcla. Sabiendo que el precio del café mezclado es de 4,5 €/kg, ¿cuántos kilogramos se han mezclado de cada clase?

10) Resuelve: a) $\frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)}>0$ b) $2x+\frac{9}{x}\geq x-6$

11) Halla el valor de m para que el polinomio $5x^4+10x^3+mx^2+7x+2$ sea divisible por el monomio $x+2$.

12) Escribe un polinomio de grado 6 que solo tenga por raíces 1 y –1.

13) Halla el valor de k para que $(k+1)x^2-6x-1$ tenga una raíz doble.

14) Invéntate una ecuación bicuadrada que tenga por soluciones los valores 0, $-\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$.

15) Calcula los valores de a y de b para que el polinomio $4x^3+4x^2+ax+b$ sea divisible por $2x^2-x-1$. Escribe el cociente de la división.

16) Dado el polinomio $P(x)=(x+1)^2-Ax$ y la fracción algebraica $R(x)=\frac{x^3}{1-x}$, calcula el valor de A para que se verifique la igualdad $P(x)+R(x)=\frac{1}{1-x}$.

17) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt[2x-1]{3^{x-3}}=\sqrt{27}$ b) $2^{x+2}+2^{x+3}+2^{x+4}+2^{x+5}+2^{x+6}=31$ c) $e^{4x}-5e^{3x}+5e^{2x}+5e^{x}-6=0$

d) $2^{2x-1}-16=2^{x+1}$ e) $4^x-2\cdot 2^{x-1}=6$ f) $2^{x+1}\cdot 3^{x-1}=4^x$ g) $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+\cdots+2^x=\frac{127}{8}$

h) $\log_x 100-\log_x 25=2$ i) $2\log\sqrt{3x-1}-\log\sqrt{2x-3}=1-\log 5$ j) $\log\sqrt{x-1}=\log(x+1)-\log\sqrt{x+4}$

k) $\log^2 x-3\log x=2$ l) $\log_5 x+\frac{\log_5 125}{\log_5 x}=\frac{7}{2}$ m) $\log(x-a)-\log(x+a)=\log x-\log(x-a)$

TEMA III: SISTEMAS DE ECUACIONES E INECUACIONES

1) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{r} y = x^2 - 2x \\ y + x - 6 = 0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 2x + y = 6 \\ \sqrt{x} - y = -3 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} 1 = \sqrt{3x - y} - x \\ \sqrt{5x + y} = \sqrt{3x + 1} \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{3x}{x + y} - \dfrac{6}{y} = -2 \\ x - y = -1 \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} x^2 + y^2 + xy = \dfrac{3}{4} \\ x^2 - y^2 - xy = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{r} 3x^2 - 5y^2 = 30 \\ x^2 - 2y^2 = 7 \end{array}\right\}$ g) $\left.\begin{array}{r} x \cdot y = 12 \\ x + y + \sqrt{x^2 + y^2} = 12 \end{array}\right\}$ h) $\left.\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 65 \\ xy = 28 \end{array}\right\}$

i) $\left.\begin{array}{r} x - 2y + z = 6 \\ 3x + y - z = 7 \\ x - y + 2z = 6 \end{array}\right\}$ j) $\left.\begin{array}{r} x - y + 2z = 7 \\ x + y - 3z = -5 \\ x - y + 2z = 9 \end{array}\right\}$ k) $\left.\begin{array}{c} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ 5x - y + 2z = 2 \end{array}\right\}$ l) $\left.\begin{array}{c} 5x - 2y + 6z = -7 \\ x + y + 3z = 2 \\ 2x + y = 0 \end{array}\right\}$

2) Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2 > 1 \\ 5x - 2 \leq 8 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 5(x - 1) \leq 3\ (x + 1) \\ 2(x + 3) \geq 6 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{c} 3(x - 1) - (x - 2) > y \\ x - 1 > y \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{l} 2x - y > 6 \\ 3x + 5y - 10 < 0 \end{array}\right\}$

3) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{r} \log_2(3^y - 1) = x \\ 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 6 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 3^x - 2^y = 1 \\ 3^{x-1} = 2^{y-2} + 1 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} \log_y(9 - x) = \dfrac{1}{2} \\ \log_x(y + 9) = 2 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 425 \\ 10^{\log(x \cdot y)} = 100 \end{array}\right\}$ e) $\left.\begin{array}{r} x \cdot y = 1 \\ x^x = y^x \end{array}\right\}$

h) $\left.\begin{array}{r} 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 807 \\ 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \end{array}\right\}$ i) $\left.\begin{array}{r} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{x+y} = 243 \end{array}\right\}$ j) $\left.\begin{array}{r} \sqrt[x]{x + y} = 6 \\ (x + y) \cdot 3^x = 5832 \end{array}\right\}$ k) $\left.\begin{array}{r} 3 \cdot 2^x - 5 \cdot 3^y = 3 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 59 \end{array}\right\}$ l) $\left.\begin{array}{r} 5^{xy} - 10 \cdot 5^{-xy} - 3 = 0 \\ x + y = 2 \end{array}\right\}$

m) $\left.\begin{array}{r} x - y = 15 \\ \log x + \log y = 2 \end{array}\right\}$ n) $\left.\begin{array}{r} 2\log x - 3\log y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{array}\right\}$ ñ) $\left.\begin{array}{r} 5^x \cdot 5^y = 5^7 \\ \log x + \log y = 1 \end{array}\right\}$ o) $\left.\begin{array}{r} \log x = \log 5y + \log 14 - \log 7 \\ x^2 = 20y^2 + 15x + 20 \end{array}\right\}$

p) $\left.\begin{array}{r} \log_x(y - 18) = 2 \\ \log_y(x + 3) = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\}$ q) $\left.\begin{array}{r} \log(x + y) + \log(x - y) = 33 \\ e^x \cdot e^y = e^{11} \end{array}\right\}$ r) $\left.\begin{array}{r} x^2 - y^2 = 10000 \\ (x - y)^{\log(x+y)} = 1000 \end{array}\right\}$ s) $\left.\begin{array}{r} \log x + \log y^3 = 5 \\ \log \dfrac{x}{y} = 1 \end{array}\right\}$

t) $\left.\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 101 \\ \log x - \log y = 1 \end{array}\right\}$ u) $\left.\begin{array}{r} (x + y)\log 2 = (x - y)\log 4 \\ xy \log 3 = \log 531441 \end{array}\right\}$ v) $\left.\begin{array}{r} \log_2 xy \cdot \log_2 y = 3 \\ (\log_2 x)^2 - (\log_2 y)^2 = 3 \end{array}\right\}$ w) $\left.\begin{array}{r} \log_2 xy = 5 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{x}{y}\right) = 1 \end{array}\right\}$

4) Dos ciclistas parten al mismo tiempo y del mismo punto para un pueblo situado a 90 km. El primero, que recorre por hora un kilómetro más que el segundo, tarda una hora menos que éste en hacer el recorrido. ¿Con qué velocidad marchó cada uno de los ciclistas?

5) Juan y Pedro invierten 20 000 € cada uno. Juan coloca una cantidad *A* al 4% de interés, una cantidad *B* al 5% y el resto al 6%. Pedro invierte la misma cantidad *A* al 5%, la *B* al 6% y el resto al 4%. Determina la cantidad *B*, sabiendo que Juan obtiene unos intereses de 1050 € y Pedro de 950 €.

6) Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número se igualaría al de hombres.

7) Si la altura de Carlos aumentase el triple de la diferencia entre las alturas de Toni y de Abel, Carlos sería igual de alto que Abel. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Toni es lo mismo que nueve veces la de Carlos. Halla las tres alturas.

8) Calcula las edades actuales de una madre y sus dos hijos sabiendo que hace 14 años la edad de la madre era 5 veces la suma de las edades de los hijos, pero que dentro de 10 años la edad de la madre será la suma de las edades que los hijos tengan en ese momento y teniendo en cuenta que cuando el hijo mayor tenga la edad actual de la madre, el hijo menor tendrá 42 años.

TEMA IV: TRIGONOMETRÍA

1) Si $\cos\alpha = -\frac{7}{25}$, $sen\beta = \frac{8}{17}$, $\alpha \in II$, $\beta \in I$, calcula:

a) $\text{sen}(\alpha+\beta)$ b) $\cos(\alpha-\beta)$ c) $\text{tg}(\beta-\alpha)$ d) $\sec(\alpha+\beta)$ e) $\text{cosec}(\alpha-\beta)$

f) $\text{tg}(2\alpha)$ g) $\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$ h) $\text{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ i) $\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ j) $\text{tg}\left(\pi - \frac{\alpha}{2}\right)$

2) Si $\alpha \in I$, y $\text{sen}\alpha = \frac{7}{25}$, halla:

a) $\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ b) $\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$ c) $\text{sen}(\pi-\alpha)$ d) $\text{sen}(\pi+\alpha)$

e) $\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$ f) $\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$ g) $\text{sen}(2\pi-\alpha)$ h) $\text{sen}\left(\frac{7\pi}{2}+\alpha\right)$

3) Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{sen\,2a}{1-\cos^2 a}\cdot\frac{1+\cos a}{\cos a}$ b) $\frac{sen\,2a}{1-\cos^2 a}\cdot\frac{sen\,2a}{\cos a}$ c) $\frac{sen(a+\pi)tg\left(a+\frac{\pi}{2}\right)}{\cot(\pi-a)}$ d) $sen^4 x - \cos^4 x$

d) $\frac{sen2a+sen4a}{\cos 2a - \cos 4a}$ e) $\frac{\left(sen\frac{a}{2}-\cos\frac{a}{2}\right)^2(1+sena)}{sen2a}$ f) $\frac{sena+senb}{sena-senb}\cdot\frac{\cos a-\cos b}{\cos a+\cos b}$

g) $\frac{senx+sen3x+sen5x+sen7x}{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x}$ h) $\frac{\cos^2\alpha\cdot(1+\text{tg}^2\alpha)}{\text{cotg}\alpha}$ i) $\frac{\text{sen}\alpha\cdot\cos\alpha\cdot(1-\text{tg}^2\alpha)}{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\alpha}$

4) Demuestra las siguientes igualdades:

a) $\frac{\sec x-\cos x}{\csc x - senx} = tg^3 x$ b) $\frac{\cos x+\text{tg}x}{\cos x\cdot\text{tg}x} = \text{cotg}x+\sec x$ c) $\frac{\text{tg}x+\text{tg}y}{\text{cotg}x+\text{cotg}y} = \text{tg}x\cdot\text{tg}y$

d) $sen(a+b)\cdot\cos(a-b) = sena\cdot\cos a + senb\cdot\cos b$ e) $senb\cdot\cos(a-b)+\cos b\cdot sen(a-b) = sena$

f) $\frac{2senx}{tg2x} = \cos x - \frac{sen^2 x}{\cos x}$ g) $\frac{sen5\alpha+sen\alpha}{sen3\alpha} = 2\cos\alpha$ h) $\sec(a-b) = \frac{\sec a\cdot\sec b\cdot\csc a\cdot\csc b}{\csc a\cdot\csc b+\sec a\cdot\sec b}$

i) $tga+tgb = \frac{sen(a+b)}{\cos a\cdot\cos b}$ j) $\text{ctg}^2 x - \text{tg}^2 x = 4\text{ctg}\,2x\cdot\csc 2x$ k) $\frac{\text{sen}(a+b)}{\text{sen}(a-b)} = \frac{\text{tg}a\cdot\text{ctg}b+1}{\text{tg}a\cdot\text{ctg}b-1}$

5) Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $sen2x\cdot\cos x = 0$ b) $sen2x = \cos x$ c) $\sqrt{3}senx+\cos x = 1$ d) $\cos 2x+5\cos x+3 = 0$

e) $tg2x = -tgx$ f) $4sen\left(\frac{x}{2}\right)+2\cos x = 3$ g) $8tg^2\left(\frac{x}{2}\right) = 1+\sec x$ h) $(\cos^2 x - sen^2 x)^2 = sen2x$

i) $senx+\cos x = \cos x(senx+\cos x)$ j) $sen^4 x - 2\cos^4 x - 1 = 0$ k) $4sen\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

m) $\cos 2x - \cos 6x = sen5x + sen3x$ n) $\frac{\text{cotg}x+\text{tg}x}{\text{cotg}x-\text{tg}x} = 2$ ñ) $\text{sen}2x+\cos 2x - 1 = \cos x - 2\text{sen}^2 x$

6) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones trigonométricas dando las soluciones en el primer cuadrante:

a) $\begin{cases} senx - seny = \frac{1}{2} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$ b) $\begin{cases} senx+seny = \frac{3}{2} \\ \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2senx = 1-\cos y \\ 2\cos x = 1+\cos y \end{cases}$ d) $\begin{cases} senx+seny = \sqrt{3} \\ \cos x+\cos y = 1 \end{cases}$

7) Sea un ángulo tal que $\text{tg}\alpha = \frac{\text{b}}{\text{a}}$. Comprueba que $\text{a}\cdot\cos 2\alpha + \text{b}\cdot\text{sen}2\alpha = \text{a}$.

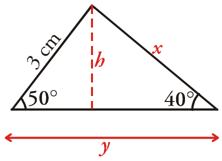
8) Los lados de un paralelogramo miden 12 y 20 cm, respectivamente, y forman un ángulo de 60°. ¿Cuánto mide la altura del paralelogramo? ¿Y su área?

9) Queremos fijar un poste de 3,5 m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40°. ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

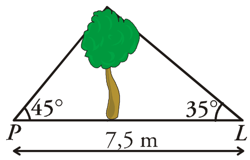
10) Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54°. Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo.

11) En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcula la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.

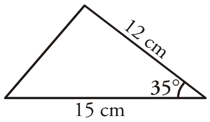
12) Halla los valores de x, y, h en el siguiente triángulo:

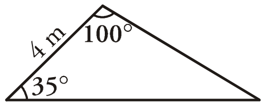


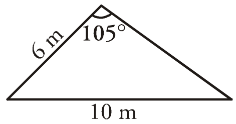
13) Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:
a) Calcula la altura del árbol.
b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?



14) Halla los lados y los ángulos del triángulo:

a) 

b) 

c) 

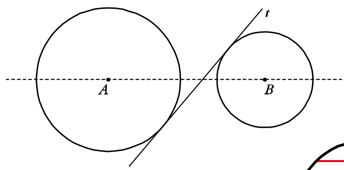
15) Sara y Manolo quieren saber a qué distancia se encuentra un castillo que está en la orilla opuesta de un río. Se colocan a 100 metros de distancia el uno del otro y consideran el triángulo en cuyos vértices están cada uno de los dos, y el castillo. El ángulo correspon-diente al vértice en el que está Sara es de 25° y el ángulo del vértice en el que está Manolo es de 140°. ¿A qué distancia se encuentra Sara del castillo? ¿Y Manolo?

16) En dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50 km, son recibidas señales que manda un barco, B. Si consideramos el triángulo de vértices A, B y C, el ángulo en A es de 65° y el ángulo en C es de 80°. ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?

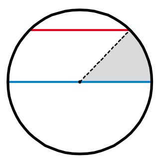
17) Dos barcos salen de un puerto a la misma hora con rumbos distintos, formando un ángulo de 110°. Al cabo de 2 horas, el primer barco está a 34 km del punto inicial y el segundo barco, a 52 km de dicho punto. En ese mismo instante, ¿a qué distancia se encuentra un barco del otro?

18) Se desea unir tres puntos, A, B y C, mediante caminos rectos que unan A con B, B con C y C con A. La distancia de A a B es de 100 metros, el ángulo correspondiente a B es de 50°, y el ángulo en A es de 75°. ¿Cuál es la distancia entre B y C? ¿Y entre A y C?

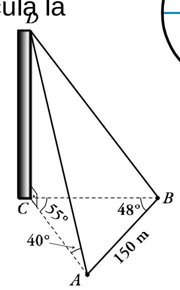
19) Las circunferencias de la figura tienen radios que se diferencian en 4 cm. El ángulo que forma la tangente a las circunferencias con la línea que une sus centros es de 50°. Sabiendo que la distancia entre sus centros es de 26,1 cm, calcula los radios de las circunferencias.



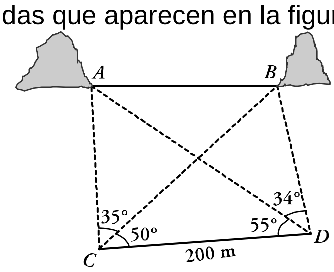
20) En un círculo de 10 m de radio se traza una cuerda y un diámetro paralelo a ella. Calcula la longitud de la cuerda sabiendo que el área de la zona sombreada es de 40 m^2.



21) Para medir la altura de una torre CD nos hemos situado en los puntos A y B, cuya distancia es de 150 m y hemos tomado las medidas que aparecen en la figura. Calcula la altura de la torre.



22) Queremos calcular la distancia entre dos montañas separadas por un lago. Desde los puntos C y D, situados en una explanada cercana, se han tomado los siguientes datos. Calcula $\overline{AB}$.



23) De un triángulo sabemos que $\dfrac{\operatorname{sen}(\hat{B}+\hat{A})}{\operatorname{sen}(\hat{B}-\hat{A})}=1$. Demuestra que se trata de un triángulo rectángulo en $\hat{B}$.

TEMA V: NÚMEROS COMPLEJOS

1) Resolver en el conjunto de los números complejos c las ecuaciones: a) $16x^4 - 1 = 0$ b) $x^4 - x^2 - 2 = 0$

2) Escribir en forma binómica y dar el módulo y argumento de $\dfrac{1+3i}{3+i}$

3) a) Escribir en forma binómica el complejo $z = \dfrac{2+ai}{1-i}$ b) Hallar a para que z sea un imaginario puro.

4) a) Escribir en forma binómica $w = \dfrac{1+mi}{1-mi}$ b) Hallar m para que el módulo de w sea 1.

5) Sean los complejos $z = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{6}}{2}i$ y $w = -1 + \sqrt{3}\,i$. Se pide: a) $\dfrac{z}{w}$ b) $\sqrt[4]{\dfrac{z}{w}}$

6) Halla el módulo y el argumento del complejo $z = \dfrac{\left(2\sqrt{3} - 2i\right)\left(sen\,61^{\text{o}} + i\cos 61^{\text{o}}\right)}{\left(\cos 31^{\text{o}} - i\,sen\,31^{\text{o}}\right)}$ y da en forma polar y binómica los complejos z, $-z$, z^{-1} y $\bar{z}$.

7) Halla k para que w=$\dfrac{(k+3i)(1+i)^3}{\left(\sqrt{3}+i\right)^6}$ sea un número real.

8) Da en forma binómica la solución de la ecuación $\dfrac{z+1}{z} = a + bi$. ¿Hay algún valor del complejo $a+bi$ para el que no tenga solución?

9) Calcula el módulo, argumento, inverso y conjugado de los complejos $z = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ y $w = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5$.

10) Calcula en forma binómica y polar: a) $z = \dfrac{i^7 - i^{-7}}{2i^{45}}$ b) $\sqrt[3]{z}$

11) Opera y da el resultado en forma binómica: a) $A = \left(\dfrac{i^{27}+2}{i^{41}+1}\right)^{-3}$ b) $B = \left(2 + 2\sqrt{3}\,i\right)^9$ c) $C = \dfrac{(1+i)\cdot(3-i)}{(5-2i)\cdot(2-5i)}$

12) Sabiendo que $z = \left(1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{22}\right)\left(3 + ki\right)$ tiene módulo 5, hállese razonadamente el valor de k.

13) Halla el módulo del complejo: $z = \dfrac{(1-i)^{16}\cdot(3i+4)}{(4i-3)}$

14) Resuelve las ecuaciones: a) $\left(z^4+4\right)\left(z^2-3-4i\right)=0$ b) $\left(z^3+1\right)\left(iz^2+\left(i+i\right)z+1\right)=0$ c) $\left(\dfrac{z+1}{z}\right)^4 = 1$

15) Resolver los sistemas: a) $\begin{cases} (2-i)z + 4w = 5 - 2i \\ (1+i)z + iw = \quad 2i \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3z + w = 6i \\ z + wi = 1 - i \end{cases}$

16) Calcula dos números complejos sabiendo que tienen el mismo módulo, sus argumentos suman $\dfrac{17}{6}\pi$ y que el primero es el conjugado del cuadrado del segundo.

17) Halla dos números complejos sabiendo que su suma es 3+i, la parte real del primero es 2 y su cociente es imaginario puro.

18) Un cuadrado con centro en el origen de coordenadas tiene uno de sus vértices en el punto A(3,4). Calcular los demás vértices.

TEMA VI: GEOMETRÍA ANALÍTICA.

1) Dados los vectores $\vec{a}=(6,-3)$, $\vec{b}=(-5,2)$ y $\vec{c}=(4,-5)$, calcula m y n de modo que: $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$

2) ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores forman base? a) $\vec{u}=(-5,4)$ y $\vec{v}=(5,-4)$ b) $\vec{u}=(1,4)$ y $\vec{v}=(3,4)$

3) Dado el vector $\vec{u}=(k,-5)$ calcula k para que: a) $\vec{u}$ sea ortogonal a $\vec{v}=(3,6)$ b) $|\vec{u}|=\sqrt{74}$

4) Si $\vec{u}=(a,5)$ y $\vec{v}=(3,b)$, halla a y b para que $\vec{u}\perp\vec{v}$ y $|\vec{v}|=3\sqrt{5}$

5) Halla el ángulo que forman los pares de vectores: a) $\vec{u}=(2,3)$ y $\vec{v}=(-1,0)$ b) $\vec{u}=(2,-1)$ y $\vec{v}=(0,3)$

6) Halla el valor que debe tener k para que los vectores $\vec{x}=k\vec{a}+\vec{b}$ e $\vec{y}=k\vec{a}-\vec{b}$ sean perpendiculares, siendo $\vec{a}=(1,-3)$ y $\vec{b}=(2,5)$.

7) Calcula $|\vec{a}-\vec{b}|$ sabiendo que $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$ y $\widehat{\vec{a},\vec{b}}=120^\circ$.

8) Halla las coordenadas de cierto vector $\vec{x}$, sabiendo que forma un ángulo de 60° con $\vec{a}=(2,4)$ y que los módulos de ambos son iguales.

9) Dados los vectores $\vec{u}=(1,3)$ y $\vec{v}=(6,4)$, halla la proyección de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$.

10) Sean $\vec{u}=(2,3)$, $\vec{v}=(-1,k)$. Calcula k en los siguientes casos:

a) $\vec{u}\parallel\vec{v}$ b) $\vec{u}\perp\vec{v}$ c) $\vec{u}\cdot\vec{v}=-6$ d) $|\vec{u}|=\sqrt{10}$

11) Expresa el vector $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$ como suma de un vector que tenga la misma dirección que $\vec{a}=(3,1)$ y de otro que sea perpendicular a este último.

12) Halla las coordenadas del vector $\vec{x}=(2,-6)$ respecto de la base $B=\{\vec{u}=(-3,1),\vec{v}=(-1,-2)\}$

13) Dado el vector $\vec{u}=(3,-5)$, calcula las coordenadas de un vector $\vec{v}\perp\vec{u}$ y que $|\vec{v}|=3$.

14) Calcula $|\vec{u}+\vec{v}|$ sabiendo que $\vec{u}\perp\vec{v}$ y que $|\vec{u}|=12$ y $|\vec{v}|=5$

15) Calcular el producto escalar de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabiendo que el módulo del vector proyección de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$ es 5 veces el módulo del vector $\vec{u}$.

16) Sabiendo que $|\vec{u}|=4$ y que $\vec{u}=\frac{3}{2}\vec{v}$, calcula $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

17) Si $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=10\sqrt{3}$ y $|\vec{a}+\vec{b}|=20$, calcula $\widehat{\vec{a},\vec{b}}$.

18) Se la base $B=\{\vec{u_1},\vec{u_2}\}$ de forma que $\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=2$, $|\vec{u_1}|=2$ y $|\vec{u_2}|=3$. Dados los vectores referidos a la base B, $\vec{a}=(-2,3)$ y $\vec{b}=(2,-1)$, calcula:

a) $|\vec{a}|$ b) $|\vec{b}|$ c) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ d) $\widehat{\vec{a},\vec{b}}$

19) La ecuación implícita de una recta es $r \equiv 2x - 3y + 1 = 0$. Escribe la ecuación de esta recta en forma continua, punto-pendiente, explícita, vectorial, segmentaria y paramétricas razonando las respuestas.

20) Determinar el área del paralelogramo $ABCD$, sabiendo que la ecuación de los lados $\overline{AB} \equiv x - 2y = 0$, $\overline{AD} \equiv 3x + y = 0$ y el vértice $C(3,5)$.

21) La recta $r \equiv 4x - 3y = 12$ es la mediatriz del segmento $\overline{AB}$. Halla las coordenadas del punto B, si $A(1,0)$.

22) Los puntos $B(-1,3)$ y $C(3,-3)$ son los vértices de un triángulo isósceles que tiene el tercer vértice A en la recta $r \equiv x + 2y = 15$, siendo $\overline{AB} = \overline{AC}$. Calcular las coordenadas de A y las ecuaciones y las longitudes de las tres alturas del triángulo.

23) Por el punto $A(2,6)$ se trazan dos rectas perpendiculares a las bisectrices del primer cuadrante y del segundo cuadrante. Hallar las ecuaciones de dichas rectas y las coordenadas de los vértices del triángulo formado por esas dos rectas y la recta de ecuación $r \equiv 3x - 13y = 18$.

24) Hallar las ecuaciones de todas las rectas que pasen por el punto $P(2,-3)$ y formen un ángulo de 45º con la recta $r \equiv 3x - 4y + 7 = 0$.

25) Hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos que forma la recta $r \equiv 5x + 12y - 60 = 0$ con el eje OY.

26) Dados los puntos $A(2,1)$, $B(-3,5)$ y $C(4,m)$, calcular m para que el triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$ tenga de área 6.

27) Hallar las ecuaciones de las rectas que pasando por el punto $A(1,-2)$ distan 2 unidades del punto $B(3,1)$.

28) Un rayo de luz r pasa por el punto $A(1,2)$ e incide sobre el eje de abscisas formando con éste un ángulo de 135º. Suponiendo que sobre el eje de abscisas se encuentra un espejo, hallar la ecuación del rayo r y del rayo reflejado en el espejo.

29) Determinar las coordenadas del ortocentro, baricentro y circuncentro del triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$, siendo $A(2,-7)$, $B(5,9)$ y $C(-2,-7)$.

30) Los puntos $A(3,-2)$ y $C(7,4)$ son vértices opuestos de un rectángulo $ABCD$, y tiene un lado paralelo a la recta $r \equiv 6x - y + 2 = 0$. Hallar las coordenadas de los otros dos vértices y las ecuaciones de sus lados.

31) Hallar las coordenadas del simétrico del punto $P(0,6)$ respecto de la recta $r \equiv y = 2x - 3$.

32) Un cuadrado tiene un vértice en el punto $A(0,7)$ y una de sus diagonales sobre la recta de ecuación $r \equiv 3x - 2y - 6 = 0$. Hallar el área y las coordenadas de los otros vértices.

33) Un vértice de un triángulo equilátero es el punto $A(0,0)$, una de sus medianas está sobre la recta $r \equiv y = 2x + 5$. Hallar el área del triángulo y las coordenadas de los otros dos vértices.

34) Se considera un trapecio rectángulo $ABCD$ cuyo lado oblicuo es $\overline{CD} \equiv x + y - 1 = 0$. Si $A(1,2)$, $B(-1,7)$. Calcular los vértices C y D y el área del trapecio.

35) Hallar la ecuación de una recta que forma un ángulo de 120º con el semieje de abscisas positivo y que dista 2 unidades del origen.

36) Las rectas de ecuaciones $3x + 4y - 5 = 0$ y $px + 7y + 2 = 0$ forman un ángulo cuyo seno vale 3/5. Hallar p.

37) Dos medianas de un triángulo equilátero se hallan sobre las rectas $y = mx$ e $y = 2x - 5$. Calcular m y la ecuación de la otra mediana.

38) Se considera un trapecio rectángulo $ABCD$ cuyo lado oblicuo es $CD \equiv x + y - 1 = 0$. Se sabe que $A(1,2)$, $B(-1,7)$. Calcular los vértices C y D y el área del trapecio.

TEMA VII: LUGARES GEOMÉTRICOS. CÓNICAS

1) Calcula el lugar geométrico (identificándolo) de los puntos Q del plano tales que:

a) Equidistan de los puntos $A(-4,3)$ y $B(1,-5)$.

b) Equidistan de las rectas $r \equiv 3x - 4y + 5 = 0$ y $s \equiv 4x + 3y = 0$.

c) Equidistan de las rectas $r \equiv 2x - y - 7 = 0$ y $s \equiv 2x - y - 1 = 0$.

d) La distancia a la recta $r \equiv 4x - 3y + 1 = 0$ es de 2 unidades.

e) La distancia al origen de coordenadas es el doble que la distancia al punto $P(2,0)$.

f) La distancia a la recta de ecuación $r \equiv 3x - 5y - 15 = 0$ tenga el mismo valor que la ordenada y.

g) El punto medio del segmento $\overline{PQ}$, es un punto de la recta $r \equiv 3x + 4y - 5 = 0$, siendo $P(2,6)$

h) Para cada punto M de la recta $r \equiv 3x - 2y + 15 = 0$, se verifica que $\overline{AM} = \overline{MQ}$, siendo $A(-1,2)$ y, además, los ángulos que forman dichos segmentos con la recta son suplementarios.

i) Equidistan del punto $P(3,0)$ y de la recta $r \equiv x + 4 = 0$.

j) La suma de cuadrados de distancias a los puntos $A(-4,0)$ y $B(4,0)$ es 40.

k) Los vectores $\overrightarrow{AQ}$ y $\overrightarrow{BQ}$ son perpendiculares, siendo $A(2,3)$ y $B(6,1)$.

2) Clasifica las siguientes cónicas y calcula sus elementos característicos:

a) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$

b) $x^2 - y^2 - 4x - 6y = 0$

c) $x^2 - 4x - 6y + 10 = 0$

d) $y^2 + 4x - 6y = 0$

e) $3x^2 + 3y^2 - 3x - 6y + 1 = 0$

f) $-2x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$

3) Dada la ecuación de la circunferencia $C \equiv x^2 + y^2 - 12x + 10y - 11 = 0$, calcular las rectas tangentes a ella y que son paralelas a la recta $r \equiv x + y + 4 = 0$.

4) Obtén la ecuación de la circunferencia de centro $O(2,-3)$ y que es tangente a la recta $r \equiv 3x - 4y + 5 = 0$.

5) Obtén la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P(7,-4)$ y $Q(4,-1)$ y cuyo centro pertenece a la recta $r \equiv 2x + y - 1 = 0$.

6) Calcula k para que la recta $s \equiv x + y + k = 0$ sea tangente a la circunferencia $C \equiv x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$

7) Halla la ecuación de una parábola que pasa por $P(2,1)$, su directriz es la recta $d \equiv y + 3 = 0$ y su eje es la recta vertical $r \equiv x + 2 = 0$.

8) Hallar las tangentes a la circunferencia $C \equiv x^2 + y^2 - 2x + 3y - 18 = 0$ que pasan por el punto $P(5,5)$.

9) Hallar el lugar geométrico de los puntos del plano tales que el producto de las pendientes de las rectas que los unen con los puntos $A(2,0)$ y $B(-2,0)$ es igual a k. Identifica el lugar geométrico si:

a) $k = 1$ b) $k = 0$ c) $k = -4$ d) $k = 4$

10) Halla la ecuación de la circunferencia de centro $O(-4,2)$ que es tangente a la circunferencia $C \equiv x^2 + y^2 - 16x + 6y + 72 = 0$

11) Un segmento $\overline{AB}$ de longitud 5 unidades se desliza de forma que el extremo A siempre está sobre el eje de ordenadas, y el extremo B, sobre el de abscisas.

a) Determina el lugar geométrico que describe el centro del segmento a lo largo de su deslizamiento.

b) Calcula el lugar geométrico que describe el punto del segmento que dista 2 unidades de A y 3 de B.

12) Dada la hipérbola equilátera $x \cdot y = 2$, calcula el área del triángulo formado por los dos ejes de coordenadas y la tangente a la hipérbola en el punto $P(1,2)$. Comprueba si esta área es independiente del punto P elegido.

13) Al girar 45º la hipérbola equilátera, $x^2 - y^2 = a^2$, las asíntotas de la hipérbola coinciden con los ejes de coordenadas. Demuestra, utilizando las nuevas coordenadas de los focos y la definición de hipérbola como lugar geométrico, que respecto de estos nuevos ejes la ecuación de la hipérbola se escribe en la forma $x \cdot y = \frac{a^2}{2}$.

TEMA VIII: FUNCIONES

1) Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-10x}{x^2-25}}$ b) $f(x)=\dfrac{\ln(x^2-2x)}{|6-x|-1}$ c) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$ d) $f(x)=\sqrt{|x+5|-3}$ e) $f(x)=\sqrt{\lg(x+1)}$

2) Halla el dominio de las funciones del tipo $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[n]{x}}$, siendo $n\in\mathbb{N}$.

3) En una vivienda pagan 10 € de gasto fijo y 0,50 € por cada kw consumido. Obtén la expresión que relaciona el consumo y el precio, sabiendo que hay que aplicarle un aumento del 21 % de IVA.

4) El beneficio, en miles de €, que se obtiene al vender a x € una unidad de un producto viene dado por $B(x)=-x^2+8x-12$. Determina el precio al que hay que vender el producto para obtener el máximo beneficio.

5) Un grupo de alumnos de 1º Bachillerato pide presupuesto en dos agencias de viajes para realizar una excursión.

La primera agencia les hace la siguiente propuesta.
• Si el número de alumnos que va a la excursión es 40 o menos, les cobrará 200 € por alumno.
• Si el número de alumnos es superior a 40 le descontará un 10 % a cada uno de los alumnos que se inscriba.

La oferta de la segunda agencia es:
• Si completan un autobús, con capacidad para 60 personas, el precio será de 150 € por persona. Si alguno de los autobuses no está completo, se incrementará el precio en un 1% por cada persona que falte para completarlo.

¿Qué agencia les conviene más?

6) Las manecillas de un reloj miden 20 y 30 cm. Entre las 12 horas y las 12 horas y 30 minutos:

a) Expresa el ángulo que forman en función del tiempo, *t*, medido en minutos.
b) Halla el área del triángulo creado al unir sus extremos en función de *t*. ¿Puede tomar el valor cero? ¿A qué hora alcanza su mayor valor?
c) Expresa la distancia entre los extremos de las agujas en función de *t*.

7) La temperatura media diaria, medida en grados Celsius, en una ciudad, durante el año pasado, viene dada por la siguiente función: $T(t)=\dfrac{5}{9}\cdot\left[13-23\cdot\cos\left(\dfrac{2\pi}{365}\cdot(t-32)\right)\right]$, donde t es el tiempo en días, correspondiendo $t=1$ al 1 de enero, y el ángulo está medido en radianes. Halla la temperatura correspondiente a los días 1 de enero y 10 de agosto. Calcula las temperaturas máxima y mínima del año.

8) Expresa analíticamente las funciones:

a) $f(x)=|x+1|+|x-1|$ b) $f(x)=\sqrt{\dfrac{|x|}{x}}$ c) $f(x)=\begin{cases}|x^2+4x+3| & si \quad x<-1\\ (x-1)^2-2 & si \quad -1\le x\end{cases}$

9) Sea $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx-a}$. Demuestra que $f\circ f=i$, si $a^2+bc\neq 0$ y $x\neq\dfrac{a}{c}$.

10) Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ y $g(x)=\dfrac{x-1}{x^2-9}$, calcular:

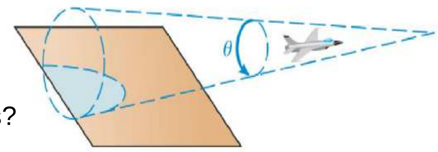
a) $f(g(x))$ b) $(g\circ f)(x)$ c) $f^{-1}(x)$ d) $f\left(\dfrac{1}{g(x)}\right)$

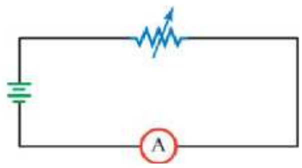
11) Calcula las funciones recíprocas de:

a) $y = 1 - \sqrt[3]{\dfrac{x+1}{4}}$ b) $y = \dfrac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$ c) $y = senhx$ d) $y = \cos(\ln(arctgx - 1) - 1) + 1$

12) Cuando un avión vuela más rápido que la velocidad del sonido, las ondas sonoras que se forman toman una silueta cónica, y cuando el cono alcanza el suelo, se oye un estruendo. Si llamamos θ al ángulo en el vértice del cono, se cumple: $sen\left(\dfrac{\theta}{2}\right) = \dfrac{330m/s}{v} = \dfrac{1}{M}$, donde v es la velocidad (en m/s) y M representa el nº de Mach.

a) ¿Cuál es la velocidad del avión si vuela a Mach 2?
b) ¿Cuál es el nº Mach si vuela a 990 m/s?
c) ¿Cuál es la velocidad del avión si el ángulo del con del sonido es 60º?
d) ¿Cuál es el ángulo del cono formado si la velocidad del avión es 466,69 m/s?





13) Una resistencia variable, un amperímetro, y una pila de 9 voltios se han conectado como se muestra en la siguiente figura. la resistencia interna del amperímetro de es de 4,5 ohmios. La intensidad de corriente I a través del amperímetro (en amperios) viene dada por: $I = \dfrac{9}{x+4,5}$, $x \geq 0$, donde x es la resistencia, en ohmios, que proporciona la resistencia variable:

a) Hallar la intensidad de corriente que circula por el amperímetro cuando la resistencia variable es de 3 ohmios.
b) Determinar la resistencia variable que se corresponde con una intensidad de corriente de 0,24 amperios

14) Si tomamos, por vía oral, un comprimido de 100 mg de un medicamento para el asma, y este es el único medicamento que tomamos, entonces la cantidad total C presente en el flujo sanguíneo, t minutos después de la toma, viene dada por: $C(t) = 100 \cdot (1 - 0,9^t)$, para $0 \leq t \leq 9$

a) Determinar la cantidad de medicamento que habrá en la sangre 5 minutos después de la toma.
b) Determinar el número de minutos que deben pasar para que la cantidad de medicamento presente en sangre sea la mitad de la dosis ingerida.

15) Una muestra de radio se descompone por emisión de radiaciones de acuerdo con la ecuación: $m = 10 \cdot e^{-4,36 \cdot 10^{-4} t}$, donde m es la masa de la muestra en gramos y t es el tiempo expresado en años.

a) ¿Cuántos gramos de radio hay inicialmente en la muestra?
b) ¿Cuántos gramos de radio habrá al cabo de 1000 años?
c) El periodo de desintegración de un elemento radiactivo se define como el tiempo que tarda una determinada cantidad de este elemento en reducirse a la mitad. Calcula el periodo de desintegración del radio.

16) Para describir los efectos de un terremoto se utiliza la escala de Richter. Según esta escala, la magnitud M de un terremoto viene dada por la expresión: $M = \dfrac{2}{3} \cdot \log\left(\dfrac{E}{E_0}\right)$, siendo:

E = Energía liberada por el terremoto en julios, y E_0 = Constante de valor $2,5 \cdot 10^4$ julios.

a) Calcula la energía liberada por el terremoto de Méjico del año 1985 si su magnitud fue 7,8 en la escala de Richter.
b) Halla la magnitud en la escala de Richter del terremoto de San Francisco de 1906 sabiendo que se liberó aproximadamente $5,96 \cdot 10^{16}$ julios.

17) Admitamos que el sueldo de los funcionarios experimenta una subida anual del 3,5 %, desde el año 2000. Si un funcionario ganaba 1600 euros mensuales a comienzos del año 2000, ¿cuánto tardará en ganar el doble?

18) Considera el conjunto formado por los intervalos [0, 1] y [2, 3] y un punto x del eje OX. Halla la expresión analítica de la función $d(x)$ que representa la distancia mínima del punto x a uno de estos intervalos.

TEMA IX: LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

1) Calcula los siguientes límites de sucesiones:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(-5n^2+8n-6\right)$ b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(4-\frac{2}{n}+\frac{3}{n^2}\right)$ c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{3}n^2+\sqrt{2}n+n}{-\sqrt{2}n^2+5n+2}$ d) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1000n+7}{\frac{1}{10}n^2-5n+6}$

e) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-8n\sqrt{n}+2\sqrt{n}}{\sqrt{4n^3+n^2-2}}$ f) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3n+1)^3-(3n-1)^3}{(3n+1)(3n-1)}$ g) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+2}{n-1}-\frac{n^2+2n}{n+1}\right)$ h) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+9}{2n-7}\right)^n$

i) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-3n+2}\right)$ i) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3-3n^2+2}-\sqrt{n^3+1}}{\sqrt{n+2}}$ k) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-5n+9}{n+10}\right)^{\frac{-n}{n+1}}$ l) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{n^2}\right)^{-n}$

m) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{\sqrt{n}-3}\right)^{n+1}$ n) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}$ ñ) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n-5}}{\sqrt{n+1}}\right)^{\sqrt{n}}$ o) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^2-6n}-(n-3)}{n+3-\sqrt{n^2+6n}}$

2) Calcula los siguientes límites de funciones:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{1}{x-2}$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2-6x+9}{x^2}$ c) $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-(a+b)x+a\cdot b}{x^2-a^2}$ d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3x^5+x^2}{2x^2-1}$

e) $\lim\limits_{x\to 3^+}\left(\frac{x-1}{2x-4}\right)^{\frac{1}{x-3}}$ f) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$ g) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x+3}-\sqrt{4x-2}}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}}$ h) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-|x|}{2x}$

i) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{4x-3}-\sqrt{2x+3}}{\sqrt{5x+1}-\sqrt{6x-2}}$ j) $\lim\limits_{x\to a}\frac{senx-sena}{x-a}$ k) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{tg\left(x^2-3x+2\right)}{x^2-4}$ l) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{sen\left(x^2-16\right)}$

m) $\lim\limits_{x\to 0^+}(1+3x)^{1/senx}$ n) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\log(3+h)-\log 3}{h}$ ñ) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\log\left(\frac{x}{1-x}\right)+\log\left(\frac{1-x^2}{x}\right)}{3x}$

3) La función $f(x)=\frac{x^3+x^2+x+a}{x-1}$ no está definida en $x=1$. Hallar el valor de a para que sea posible definir el valor de $f(1)$, resultando así una función continua.

4) Estudia la continuidad de: a) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4x+4}{x-2} & si \quad x<2\\ 3 & si \quad x=2\\ \frac{x^2-x-2}{3x-6} & si \quad 2<x\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}x\cdot|x| & si \quad x\le 1\\ x & si \quad 1<x\le 2\\ 4-x & si \quad 2<x\end{cases}$

5) Calcula el valor de los diferentes parámetros para que las siguientes funciones sean continuas:

a) $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx-1 & si \quad x\le 1\\ 2bx-2 & si \quad 1<x\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}\frac{(1-\cos x)\cdot senx}{x^2} & si \quad x\ne 0\\ k & si \quad x=0\end{cases}$

6) Esboza la gráfica de una función $f(x)$ que verifique que: $D(f)=\mathbb{R}-\{-3,1\}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-2$ $\lim\limits_{x\to-3}f(x)=5$, los límites laterales en $x=-1$ existan y sean distintos, $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=+\infty$ y que $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=3$.

7) Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas: $f(x)=\frac{2x+1}{x^2-1}$

8) Halla las ramas infinitas, cuando $x\to+\infty$ y cuando $x\to-\infty$, de las funciones:

a) $f(x)=\frac{-x^3+x}{2}$ b) $g(x)=\frac{x^4+2x}{x^2+1}$ c) $h(x)=\frac{2x^2+1}{x^2+1}$

9) Halla las asíntotas de la siguiente función y representa la posición de la curva respecto a ellas: $f(x)=\frac{2x^3}{x^2-1}$

TEMA X: DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

1) a) Calcula la tasa de variación media de la función $f(x)=\frac{3}{x}$ en el intervalo $[-3,-1]$

b) A la vista del resultado obtenido en el apartado anterior, ¿crece o decrece la función en dicho intervalo?

2) Calcula la derivada de las siguientes funciones aplicando la definición:

a) $f(x)=\frac{x}{1-x}$ b) $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ c) $f(x)=\sqrt{2x^2-1}$

3) Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y=x\sqrt{x}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}-\frac{3}{x\sqrt[3]{x^2}}$ b) $y=\frac{ctgx}{\sqrt[3]{x^2}}-e^x$ c) $y=\frac{x-arctgx}{arcsenx}$ d) $y=\frac{tgx-ctgx}{xsenx}$

e) $y=\frac{1}{x}+2\ln x-\frac{\ln x}{x}$ f) $y=\frac{x^3senx}{\ln x}$ g) $y=(1-x^2)^5(arcsenx)^3$ h) $y=arcsen\sqrt{1-x^2}$

i) $y=arctg\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ j) $y=8^{arcsen\left(\frac{1}{x}\right)}$ k) $y=\cos^3\left[(x^3-1)^4\right]$ l) $y=sen^4\left(\cos^3(2x^2-1)\right)$

m) $y=x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\,arcsen\left(\frac{x}{a}\right)$ n) $y=\frac{x}{2}\sqrt{x^2-4}-2\ln\left(x+\sqrt{x^2-4}\right)$ ñ) $y=\ln\left(\ln\left(\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right)\right)$

o) $y=sen^2\left(sen^2\left(sen^2x\right)\right)$ p) $y=\sqrt[x]{\ln x}$ q) $y=\sqrt{x}^{\sqrt{x}}$ r) $y=\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{senx}}$ s) $y=(x^2-1)^{\ln x}$

t) $y=arcsen\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ u) $y=\arccos\left(\frac{25-x^4}{25+x^4}\right)$ v) $y=\ln^3\left(\ln^2(\ln x)\right)$ w) $y=arctg\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)$

x) $y=\frac{-1}{2(1+x)}+\ln\sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}}$ y) $y=arcsen(1-x)+\sqrt{2x-x^2}$ z) $y=\frac{x^4}{4}\ln^2x-\frac{x^4}{8}\ln x+\frac{x^4}{32}$

4) Halla la derivada implícita de:

a) $y^3-2xy+7=3x+1$ b) $(2y^2+3)^3=5x^3-3x$ c) $xe^y-3y.sen\,x=1$

d) $\sqrt{\frac{y}{x}}+\sqrt{\frac{x}{y}}=6$ e) $x^2+a\sqrt{xy}+y^2=b^2$ f) $x^2y^3+4xy+x-6y=2$

5) Obtén la derivada n-ésima de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\frac{1}{x+1}$ b) $f(x)=x\cdot e^x$ c) $f(x)=\ln(3-x)$

6) ¿En qué punto la recta tangente a la gráfica de la curva $f(x)=x^2+3x-1$ es perpendicular a la recta $r\equiv x+2y-3=0$?

7) Halla la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de la función $f(x)=\ln(tg2x)$ en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{8}$.

8) Dada la circunferencia $C\equiv(x-2)^2+(y-2)^2=2$, calcula:

a) Los puntos donde la tangente es horizontal.
b) Los puntos donde la tangente es vertical.
c) Los puntos donde la tangente forma con el semieje OX^+ un ángulo de 45º..

9) La ecuación de la recta tangente a una función $f(x)$ en el punto de abscisa $x=2$ es $t\equiv 4x-3y+1=0$. ¿Cuál es el valor de $f'(2)$)? ¿Y el de $f(2)$?

10) Halla la ecuación de la recta de pendiente 7 que es tangente a la curva $y=3x^2+x-1$.

11) Determina los puntos de tangente horizontal de la función: $f(x)=\frac{x^3}{x+2}$

TEMA XI: APLICACIONES DE LA DERIVADA. REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

1) Estudiar la monotonía, máximos y mínimos relativos, la curvatura y los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$ b) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1$ c) $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$ d) $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$

2) Halla a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en el punto $(0,2)$ y un mínimo en $(3,-1)$.

3) Represente una función $f(x)$, de la que sabemos lo siguiente:

La derivada no se anula en ningún punto. La función es decreciente. Corta a los ejes en $(-1,0)$ y en $(0,-1)$, $\lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$. Tiene una asíntota horizontal en $y = 1$. Además si $x \to -\infty \Rightarrow y < 1$ y si $x \to +\infty \Rightarrow y > 1$

4) Representa una función que tenga derivada nula en $x = 0$ y $x = 2$, derivada positiva en el intervalo $(0,2)$ y negativa para cualquier otro valor de x.

5) Estudia y representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ b) $f(x) = \dfrac{x^2}{x-2}$ c) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$

d) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ e) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$ f) $f(x) = \dfrac{x^4 - 2x^2}{x^2-1}$

6) Expresar el número 4 como la suma de dos números positivos tales que la suma del cuadrado del primero mas el cubo del segundo tenga el mínimo valor posible.

7) Determinar el punto de pendiente máxima en la curva $f(x) = 6x^2 - x^3$.

8) Una bala es disparada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 98 m/seg. Determinar la máxima altura que alcanza la bala y el tiempo en que lo hace.

9) Desde una casa situada en el punto $P(7,0)$ se quiere hacer un camino recto para conectarla con una carretera cuyo trazado viene dado por la curva de ecuación $y = \sqrt{1 + 2x + 2x^2}$. ¿En qué punto de la carretera conectará el camino más corto posible?

10) Un depósito abierto de latón con base cuadrada y capacidad para 4 000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su fabricación sea lo más económica posible?

11) Halla la base x y la altura y de una cartulina rectangular de perímetro 60 cm que, al dar la vuelta completa a un lado vertical, genera un cilindro de volumen máximo.

12) Una figura de cuatro metros de perímetro está formada por un rectángulo al que se encuentra adosado un triángulo rectángulo isósceles, siendo el lado común uno de los catetos. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de esta figura para que su área sea máxima?

13) En un rectángulo de 4 m. de perímetro se sustituyen los lados por semicircunferencias exteriores. ¿Entre qué valores estará comprendida el área de la figura resultante?.

14) En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 20 cm. Calcula la longitud del lado desigual para que el área sea máxima.

15) Con un rollo de 270 metros de alambrada se deben construir dos corrales adyacentes idénticos. Calcular las dimensiones que debe tener el cercado para que el área abarcada sea máxima

TEMA XII: INTEGRALES

1) La función $f(x)=2x+5$ tiene infinitas primitivas que difieren en una constante. ¿Cuál de estas funciones toma el valor 18 para $x=2$?

2) Halla una función cuya derivada sea $f(x)=4x^2-7x^2+5x-1$ y que se anule para $x=1$.

3) Halla la función G tal que $G''(x)=6x+1;\ G(0)=1$ y $G(1)=0$.

4) Calcula las siguientes integrales indefinidas:

a) $\int (x+1)^2\,dx$ b) $\int (x^2+1)2x\,dx$ c) $\int sen^3x\cdot \cos x\,dx$ d) $\int tg^2x\cdot \sec^2 x\,dx$ e) $\int \frac{dx}{(2x+1)^2}$

f) $\int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}dx$ g) $\int x\sqrt{1-x^2}\,dx$ h) $\int \frac{(2\ln x)^2}{4x}dx$ i) $\int \frac{3x^2+1}{x^3+x+5}dx$ j) $\int tgx\,dx$

k) $\int \frac{e^x}{1+e^x}dx$ l) $\int \frac{dx}{x\ln x}$ m) $\int \frac{dx}{(x^2+1)arctgx}$ n) $\int \frac{x-1}{3x^2-6x+5}dx$ ñ) $\int e^{2x+1}dx$

o) $\int 3^x\,dx$ p) $\int xe^{x^2}\,dx$ q) $\int e^{senx}\cdot \cos x\,dx$ r) $\int (6^x)^2\,dx$ s) $\int \frac{e^{\ln x}}{x}dx$

t) $\int 5^x\cdot 7^x\,dx$ u) $\int e^{2x^2-x+3}\cdot(1-4x)\,dx$ v) $\int \cos(2x+1)\,dx$ w) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x}dx$ x) $\int x^2\cos(x^3+1)\,dx$

y) $\int \frac{\cos(tgx)}{\cos^2 x}dx$ z) $\int x\,sen(x^2+1)\,dx$ α) $\int (2x+1)sen(x^2+x+1)\,dx$ β) $\int e^x sen\,e^x\,dx$ χ) $\int x^2 sen(x^3+1)\,dx$

δ) $\int \frac{sen\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$ ε) $\int \frac{sen(arctgx)}{1+x^2}dx$ ϕ) $\int 3x^2\sec^2(x^3+8)\,dx$ γ) $\int \sec^2(2x+5)\,dx$ η) $\int (5+5tg^2x)\,dx$

ι) $\int x^2\cos ec^2(4x^3+5)\,dx$ φ) $\int \cos ec^2(3x-1)\,dx$ κ) $\int \frac{2x}{\sqrt{1-4x^4}}dx$ λ) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}dx$ μ) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$

ν) $\int \frac{dx}{1+9x^2}$)) $\int \frac{\cos x\,dx}{1+sen^2x}$ ο) $\int \frac{x\,dx}{1+x^4}$ π) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\cdot(1+x)}$ θ) $\int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$

5) Calcula el área encerrada entre la curva $y=x^3-4x$ y el eje de abscisas

6) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x)=x^3-4x$ y $g(x)=3x-6$.

7) Sean $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x)=x^2-1$ y $g(x)=2x+2$. Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

8) Sean $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x)=e^{x-1}$ y $g(x)=e^{1-x}$. Calcula el área del recinto limitado por el eje OY y las gráficas de f y g.

9) Obtén el área del recinto limitado por las curvas $y=e^x$, $y=-e^x$ y las rectas $x=0$ y $x=1$.

10) Calcula el área el recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)=e^{-2x}$, el eje de ordenadas y la recta tangente a la función f en el punto de abscisa $x=-\frac{1}{2}$.

11) Calcula $\int_0^2 \left(2x+\left|x^2-1\right|\right)dx$

12) Dada la función $f(x)=\begin{cases}1+ax & si \quad x<0\\ e^{-x} & si \quad 0\le x\end{cases}$, se pide:

a) Calcula el valor de a para que la función f sea derivable.

b) Calcula $\int_{-1}^{1} f(x)\cdot dx$

TEMA XIII: ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL

1) En una clase de 1º Bachillerato se ha realizado un examen final de tipo test que constaba de 30 preguntas. El número de respuestas correctas conseguidas por cada uno de los alumnos de esa clase han sido:

15	**10**	**30**	**5**	**25**	**30**	**25**	**10**	**15**	**20**
20	**25**	**5**	**25**	**30**	**20**	**10**	**5**	**15**	**30**

a) Resume estos datos mediante una tabla de frecuencias.
b) Representa gráficamente esta distribución.
c) Calcula la media y la desviación típica.
d) ¿Qué porcentaje de alumnado hay en el intervalo $\left(\overline{x}-\sigma,\overline{x}+\sigma\right)$?
e) Calcula Me, Q_1, Q_3 y P_{60}.
f) Calcula el coeficiente de variación.

2) En una clase de 1º Bachillerato hemos preguntado a las alumnas y a los alumnos por las horas de estudio que dedican a la semana. Estas han sido las respuestas:

16	**11**	**17**	**12**	**10**	**5**	**1**	**8**	**10**	**14**
15	**20**	**3**	**2**	**5**	**12**	**7**	**6**	**3**	**9**
10	**8**	**10**	**6**	**16**	**16**	**10**	**3**	**4**	**12**

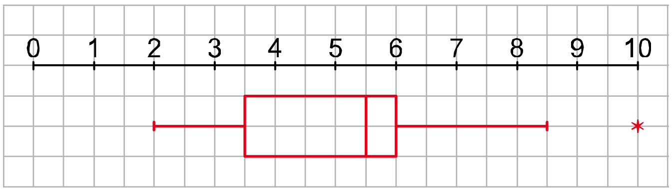
a) Ordena los datos en una tabla de frecuencias, agrupándolos en 5 intervalos.
b) Representa gráficamente la distribución.
c) Calcula la media y la desviación típica.
d) ¿Qué porcentaje de alumnado hay en el intervalo $\left(\overline{x}-\sigma,\overline{x}+\sigma\right)$?
e) Calcula Me, Q_1, Q_3 y P_{30}.
f) Calcula el coeficiente de variación.

3) En un examen de matemáticas realizado en 1º Bachillerato C, la nota media ha sido 5,2, con una desviación típica de 2,3. En la clase de 4º B, con el mismo examen, se ha obtenido una nota media de 7,4 y una desviación típica de 3. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

4) Los tiempos que un grupo de personas han empleado en hacer un test se distribuyen entre 0 y 50 minutos. Construye el diagrama de caja sabiendo que $Q_1 = 23$, $Me = 34$ y $Q_3 = 39$.

5) El número de libros que un grupo de 100 personas lee anualmente está comprendido entre 1 y 8. Hay una persona que lee 9 libros al año. Conocemos los siguientes parámetros: $Q_1 = 2$, $Me = 3$ y $Q_3 = 4{,}5$. Haz un diagrama de caja para esta distribución.

6) Interpreta el siguiente diagrama de caja relativo a las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes:



7) Dos distribuciones estadísticas, A y B, tienen la misma desviación típica.
a) Si la media de A es menor que la de B, ¿cuál tiene mayor coeficiente de variación?
b) Si la media de A es el triple que la de B, ¿qué relación habría entre sus coeficientes de variación?

8) En una distribución de notas de un examen, el primer cuartil fue 3,5. Explica su significado. ¿Y si $Q_3 = 8$?

9) Las calificaciones en matemáticas de 25 alumnos del grupo A son:

6, 6, 7, 6, 7, 5, 5, 6, 7, 5, 4, 5, 4, 9, 3, 3, 5, 5, 5, 9, 5, 4, 5, 4, 8

mientras que los 20 alumnos del grupo B fueron:

6, 6, 7, 3, 10, 3, 5, 5, 2, 5, 4, 3, 9, 4, 9, 5, 6, 6, 6, 7

a) ¿En qué grupo los alumnos obtuvieron mejor nota media?
b) ¿En qué grupo las notas están más dispersas?

10) Las puntuaciones obtenidas, en palabras por minuto en una prueba de velocidad lectora aplicada a 42 estudiantes fueron:

110	53	98	112	71	96	80	70	87	48	74	81	87	79
90	105	106	100	75	72	52	57	73	99	58	57	69	90
80	43	47	109	90	79	66	67	104	75	81	56	91	81

Determina los intervalos de clase, halla las marcas de clase. Agrupa los datos por intervalos. Presenta estos datos en una tabla de frecuencias absolutas, relativas y de porcentajes. Representa los datos mediante un histograma. Construye el polígono de frecuencias. Calcula la media y la desviación típica.

TEMA XIV: ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL

1) Las notas de 10 alumnos y alumnas de una clase en Matemáticas y en Física han sido las siguientes:

Matemáticas	7	6	4	5	9	3	1	10	6
Física	8	6	3	6	10	1	2	10	5

Representa los datos mediante una nube de puntos y di cuál de estos valores te parece más apropiado para el coeficiente de correlación: 0,23; 0,94; –0,37; –0,94.

2) Se ha realizado una encuesta preguntando por el número de personas que habitan el hogar familiar y el número de habitaciones que tiene la casa. La tabla siguiente recoge la información obtenida:

Nº de personas	3	5	4	6	5	4
Nº de habitaciones	2	3	4	4	3	3

Halla la covarianza y el coeficiente de correlación. ¿Cómo es la relación entre las dos variables?

3) Se ha medido el peso, en kilogramos, y el volumen, en litros, de distintos tipos de maletas, obteniendo los resultados que se recogen en esta tabla:

X : Volumen	97	102	94	107	92	98
Y : Peso	6,9	7,1	6,7	7,4	5,8	6,1

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X.
b) Calcula $\hat{y}(120)$. ¿Es fiable la estimación?

4) Un grupo de seis atletas ha realizado pruebas de salto de longitud y de altura. Las dos se han puntuado en una escala de 0 a 5. Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

X : Longitud	5	4	5	4	4	3
Y : Altura	4	4	5	3	4	3

a) Halla las dos rectas de regresión y represéntalas.
b) Observando el grado de proximidad entre las dos rectas, ¿cómo crees que será la correlación entre las dos variables?

5) De una distribución bidimensional (x, y) conocemos:
La recta de regresión de Y sobre X : $y = 11{,}98 - 1{,}99x$
La recta de regresión de X sobre Y : $y = 12 - 2x$
Calcula el centro de gravedad de la distribución y el coeficiente de correlación.

6) En una distribución bidimensional se han obtenido 15 medidas de las variables X e Y. A partir de estos datos conocemos: $\sum x_i = 36$, $\sum y_i = 33$, $r = 0{,}90$

I. ¿Cuál de las siguientes rectas es la recta de regresión de Y sobre X ?

a) $y = 1{,}35x + 1{,}04$ b) $y = -0{,}8x + 4{,}12$ c) $y = 0{,}70x + 0{,}52$ d) $y = 3{,}7 - 1{,}2x$

II. Halla la recta de regresión de X sobre Y.

7) Una compañía de seguros considera que el número de vehículos (Y) que circulan por una determinada autopista a más de 120 km/h, puede ponerse en función del número de accidentes (X) que ocurren en ella. Durante 5 días obtuvo los siguientes resultados:

X	5	7	2	1	9
Y	15	18	10	8	20

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal.
b) Si ayer se produjeron 6 accidentes, ¿cuántos vehículos podemos suponer que circulaban por la autopista a más de 120 kms/h?
c) ¿Es buena la predicción?

8) La tabla adjunta da el índice de mortalidad de una muestra de población en función del consumo diario de cigarrillos:

X =Número de cigarrillos	3	5	6	15	20
Y =Índice de mortalidad	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7

a) Determina el coeficiente de correlación e interpreta el resultado.
b) Halla la recta de regresión de y sobre x
c) ¿Cuál será el índice de mortalidad para un consumidor de 40 cigarrillos diarios?